

Die Messung der Gouyphase nach einem Spalt

E.Frins*, J.Ferrari*, B.Hils**, D.Dietrich**, W.Dultz**, H.Schmitzer
*Universidad de la República Uruguay**, *Univ.Frankfurt(Main)***, *Xavier Univ. Cincinnati*

requelivahanus(affenschaukel)t-online.

Der Faktor „1/i“ im Kirchhoff- und im Huygens-Fresnel Integral kompensiert die Gouyphase einer sehr weit geöffneten Apertur und gewährleistet so die Kontinuität zwischen der einfallenden ebenen Welle und der auslaufenden Welle am Aufpunkt [1]. Daher erwarten wir nun den Phasensprung der Gouyphase bei einer sehr kleinen Aperturöffnung, d.h. am Aufpunkt im Fresnelgebiet nach einem Spalt sollte ein Phasensprung von $-\pi/4$ auftreten, der beim Öffnen des Spaltes verschwindet. Hier zeigen wir experimentell mit Hilfe eines Mach-Zehnder Interferometers, daß dieser Effekt existiert und seine Größe mit der Theorie übereinstimmt.

Als Konsequenz des Impulserhaltungssatzes ist die Gouyphase ein wichtiges Element zum Verständnis der Physik des Lichtes [2]. Wir konnten die Vermutung, daß sie in der Beugungstheorie für den Faktor „1/i“ vor dem Huygens-Fresnelintegral verantwortlich ist, theoretisch bestätigen [1] und erwarteten daher einen Gouyphasensprung von $-\pi/4$ nach einem engen Spalt, dessen Anwesenheit wir in dieser Arbeit mit der Hilfe eines Mach-Zehnder Interferometers jetzt auch experimentell zeigen konnten.

Kirchhoffs Lösung der Helmholtzgleichung nach einer Apertur liefert den Faktor „1/i“, verschleiert aber seinen physikalischen Ursprung durch die Verwendung eines mathematischen Tricks – des Greenschen Satzes. Erst die Zurückführung auf das Huygenssche Prinzip zeigt, daß der Faktor das Ergebnis der Anpassung der einfallenden Welle an die auslaufende bei weit geöffneter Apertur ist [3]. Der Einschub zeigt, ähnlich Ref.[1], die Berechnung der gebeugten Welle am Aufpunkt $A(x_0, y_0, z_0)$ nach einem langen Spalt der Breite D (x-Richtung), der von einer monochromatischen Punktlichtquelle bei $-z_q$ beleuchtet wird. Der Faktor A beschreibt die Stauchung der Interferenz durch die einfallende Kugelwelle, der Faktor $\{1 + i\}$ den Zuschlag

zur Gouyphase ($-\pi/4$) infolge der unendlichen Spaltausdehnung in y-Richtung. Die Fresnelintegrale in der geschweiften Klammer sind der Anteil der Wellenamplitude, der durch die Überlagerung der Elementarwellen aus dem Spalt entsteht, ihre Phase ist der x-Anteil der Gouyphase. Bei der Koordinatentransformation zur Einführung der Fresnelintegrale verschwindet der Wellenvektor k des Lichtes im Vorfaktor a und wir halten ihn daher für einen Skalenfaktor [1]. Die Abhängigkeit der Fresnelintegrale von der Wurzel aus dem Abstand Spalt-Aufpunkt(z_0), entspricht der stochastischer Prozesse wie beim Galtonbrett oder der Diffusion.

$$R = \sqrt{z_0^2 + (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

$$\approx z_0 + \frac{(x-x_0)^2}{2z_0} + \frac{(y-y_0)^2}{2z_0}$$

$$u_A = a \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\beta u_p \frac{e^{ikR}}{R} ; u_p = \frac{e^{ikR_0}}{R_0} ; R_0 \approx z_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0}$$

$$u_A = a \frac{e^{ik(z_0 + z_q)}}{z_0} \int_{-D/2}^{D/2} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta e^{ik \left[\frac{x^2 - 2\alpha x + \alpha^2}{2z_0} + \frac{y^2}{2z_0} + id(y)\beta \right]}$$

$$u_A \approx i \frac{A}{z_0} \frac{e^{ik(z_0 + z_q)}}{z_0} \left\{ 1 + i \right\} e^{ik \frac{(1-A)(x^2 + y^2)}{2z_0}} \left\{ C \left[\frac{x}{\sqrt{\lambda z_0}} \left(\frac{D}{2} + A x_0 \right) \right] + i S \left[id \right] \right\}$$

$a = \frac{k}{2\pi i} ; A = \frac{z_q}{z_0 + z_q} ; C, S$ FRESNEL INTEGRALE $+ i S \left[id \right]$

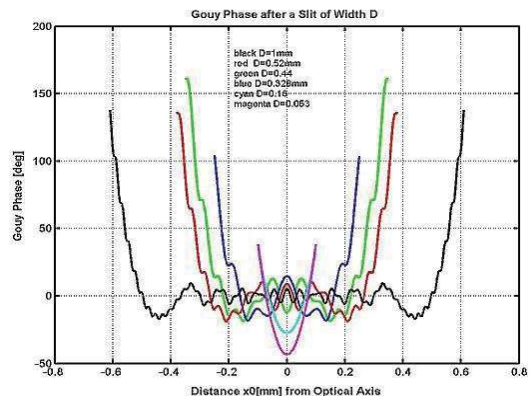


Abb.1 Gouyphase nach dem Spalt in Abhängigkeit vom Abstand x_0 von der optischen Achse

Zur Berechnung der Gouyphase aus dem $-i\}$ -Anteil der Wellenamplitude u_A verwenden wir die rationale Näherung [4] (beachten aber deren fehlende Parität), sowie die Mathlabfunktion „angle“. Dabei übergehen wir die Anteile des Eikonals der reinen Laufstreckenverlängerung zwischen Quelle und Aufpunkt A. Abb.1 zeigt die Gouyphase in Abhängigkeit vom Abstand x_0 von der optischen Achse bei festem Abstand z_0 zwischen

Spalt und Aufpunkt A für verschiedene Spaltbreiten D . Dabei befinden wir uns bei Spalten bis etwa 0.25 mm im Fraunhofergebiet, für größere Spaltbreiten im Fresnelgebiet. Deutlich erkennt man die Absenkung der Phase um 45° auf der optischen Achse ($x_0 = 0$) bei sehr engem Spalt. Im Fresnelgebiet liegt das Randminimum innerhalb des Spaltbildes, knapp neben der Schattengrenze.

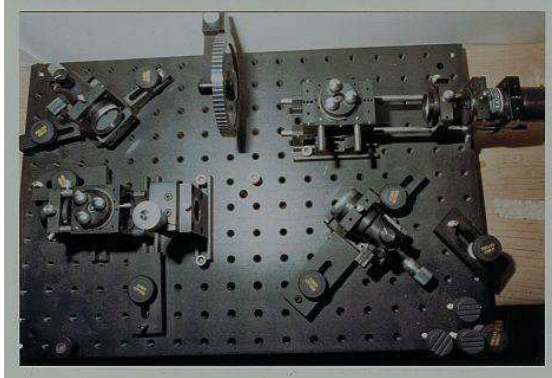


Abb.2 Mach-Zehnder Interferometer

Die Messung der Gouyphase wurde mit Hilfe eines Mach-Zehnder Interferometers aus Elementen der optischen Mikrobank ausgeführt, Abb.2; das Schema zeigt Abb.3. ND ist ein Rad mit einem Graukeil.

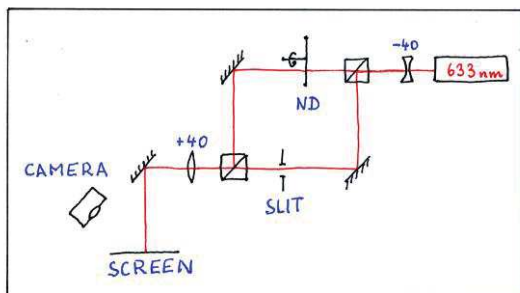


Abb.3 Schema des Mach-Zehnder Interferometers

Da der Effekt der Gouyphase maximal ein Sechstel vom Abstand 2π der Interferenzstreifen beträgt und wir es mit einer Zweistrahlinterferenz mit breiten Streifen zu tun haben, ist die Messung schwierig. Abb.4 zeigt typische Interferenzstreifenbilder. Die einzelnen Extrema sind wegen der stationären Phase gut im Streifenmuster zu erkennen. Die Bilder können direkt mit den Rechnungen in Abb.1 verglichen werden.

Die Gouyphase auf der optischen Achse im Zentrum der Streifen ist zusammen mit der Rechnung für zwei Messreihen in Abb.5 dargestellt. Die Lage des ersten Maximums auf der x -Achse und der Wert 0 der Gouyphase für große Spaltbreiten wurden angepasst. Für kleine Spaltbreiten sinkt die Phase wie erwartet um 45° ab. Unsere Messungen bestätigen, daß der $1/i$ Faktor vor dem Kirchhoffintegral

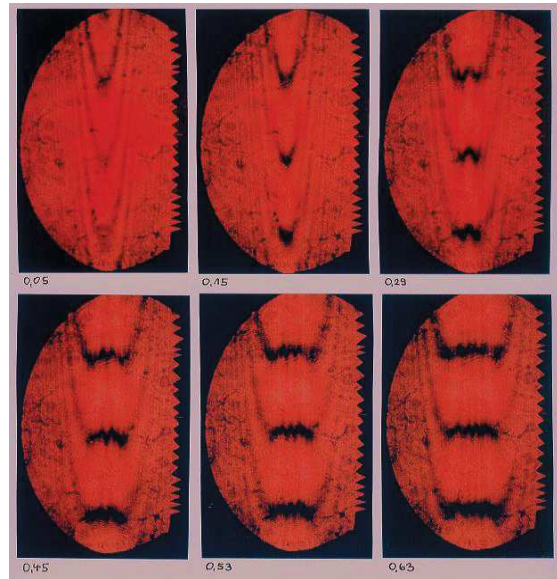


Abb.4 Interferenzstreifen bei verschiedenen Spaltbreiten D [mm] Abb.5 Gouyphase auf der optischen Achse nach einem Spalt in Abhängigkeit von der Spaltbreite D

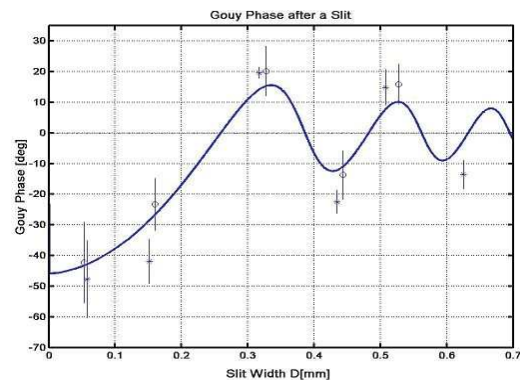


Abb.5 Gouyphase auf der optischen Achse nach einem Spalt der Breite D [mm]

bei breitem Spalt die Gouyphase am Aufpunkt kompensiert. Der erwartete Phasensprung von -45° nach dem engen Spalt wurde gefunden. Als kollektiver Effekt konvergenter Lichtstrahlen weist die Gouyphase nicht nur auf den Impulserhaltungssatz und damit auf die Translationsinvarianz des Raumes hin, sondern auch auf das physikalische Grundprinzip der gleichberechtigten interferierenden Pfade der Elementarteilchenpropagation und taucht daher auch in der Quantenfeldtheorie auf.

Danksagung E. F. und J.F sind dankbar für die Unterstützung von CSIC-UdelaR und PEDECIBA. H. Schmitzer is grateful for support from the Research Corporation for the Advancement of Science.

Literatur

- [1] Frins et al. DGaO Proceed. 2015 Internet
- [2] S.Feng,H.Winful ; Opt. Lett. **26** 485 (2001)
- [3] Landau-Lifschitz II §59
- [4] Abramowitz,Stegun; 7.3.9/10/32/33