

Das Montgomery-Interferometer als optisches Zeitfilter

H. Knuppertz*, J. Jahns*, A. W. Lohmann**

*FernUniversität Hagen

**Universität Erlangen-Nürnberg

mailto: hans.knuppertz@fernuni-hagen.de

Interferometer können als optische Zeitfilter eingesetzt werden. Vorteilhaft für die Anwendung sind flexible parametrisierbare Filter. Das Montgomery-Interferometer erlaubt durch die Vorgabe gewichteter spatialer Frequenzen beim Design von diffraktiven optischen Elementen (DOE) die Realisierung gewünschter Zeitfrequenzgänge.

1 Einführung

Optische Zeitfilter sind wichtige Komponenten in modernen Übertragungskonzepten der optischen Nachrichtentechnik. Für „infinite impulse response“-Filter (IIR) ist mit ringförmig strukturierten Wellenleitern bereits eine geeignete Technologie verfügbar [1]. Für „finite impulse response“-Filter (FIR) gibt es noch keine vergleichbar unkomplizierte Technologie. Das Montgomery-Interferometer kann diese Lücke schließen. Das Interferometer nutzt die Selbstabbildung von nichtperiodischen Wellenfeldern, die mit geeignet entworfenen diffraktiven Phasenelementen generiert werden.

2 FIR-Filter Eigenschaften

In einem FIR-Filter (Abb. 1) wird das Eingangssignal zunächst mehrfach verzögert. Die dadurch entstehenden Filterzweige werden separat gewichtet und wieder zusammengeführt. Durch geeignete Wahl dieser Filterkoeffizienten kann die gewünschte Filterkurve eingestellt werden.

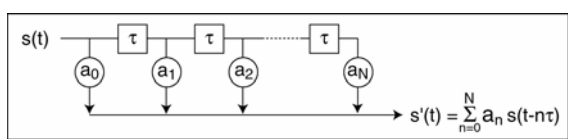


Abb. 1 Schema eines FIR-Filters

Da FIR-Filter ohne Rückkopplung arbeiten, sind sie prinzipbedingt stabil, haben eine lineare Phase und sind tolerant gegen Ungenauigkeiten bei der Realisierung der Koeffizienten.

3 Funktion des Montgomery-Interferometers

Das Montgomery-Interferometer implementiert die Selbstabbildung geeigneter auch nichtperiodischer Wellenfelder. Für periodische Wellenfelder, die eine Teilmenge der zulässigen Wellenfelder bilden, ist dieser Effekt als Talbot-Effekt bekannt. Geeignet für die Selbstabbildung ist jedes Objekt, dessen spatiales Frequenzspektrum die Selbstabbil-

dungs-Bedingung (Gl. 1) erfüllt, wie sie zuerst von Montgomery formuliert wurde [2].

$$\rho_m^2 = \frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{m}{\Delta z}\right)^2 \quad (1)$$

Gl. 1 beschreibt Kreise im spatialen Frequenzraum, deren Radius von der Quadratwurzel des Index m abhängen. Jeder Kreis kann einen Filterzweig des FIR-Filters abbilden. Mit der Quadratwurzelabhängigkeit im spatialen Frequenzraum lassen sich alle FIR-Filterzweige realisieren, periodische Objekte ermöglichen nur Filterzweige mit quadratischem Index (1,4,9,16,25 etc.).

Die Selbstabbildung für nichtperiodische Objekte kann mit einem Aufbau nach Abb. 2 demonstriert werden [3]. Ein erstes diffraktives optisches Element wird mit einer ebenen Welle beleuchtet. Das gebeugte Wellenfeld propagiert und bildet im Selbstabbildungsabstand Δz die gleiche Wellenfront aus, wie man sie unmittelbar hinter dem ersten Objekt beobachten kann.

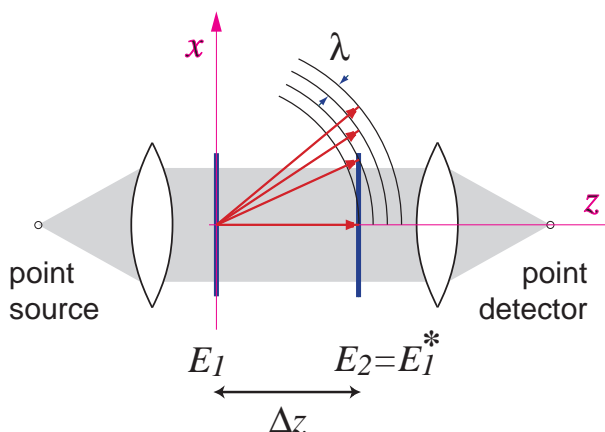


Abb. 2 Schema des Montgomery-Interferometers.

Das zweite komplementäre Objekt rekonstruiert genau in diesem Abstand die ebene Welle, die man mit einem Punktdetektor in der Brennebene einer Linse nachweisen kann.

4 Übertragungsfunktionen

Die Propagation der Wellenfront zwischen den beiden DOE wird durch die Gl. 2 beschrieben. Der Exponentialfaktor ist die Übertragungsfunktion für den Freiraum.

$$u(x, y, z) = FOU^{-1} \left\{ FOU \{ u(x_0, y_0, z_0) \} \cdot e^{2\pi i \sqrt{\lambda^2 - (v_x^2 + v_y^2)} \Delta z} \right\} \quad (2)$$

Das Interferometer ist nur für eine bestimmte Zeitfrequenz f_0 , in „Resonanz“. Für andere Zeitfrequenzen f ist das System nicht mehr in Resonanz, hinter dem zweiten Objekt wird die ebene Welle zunehmend geschwächt und die Energie in andere spatiale Frequenzen gelenkt.

Berechnet man bei konstantem Abstand der beiden DOE die räumliche Übertragung für verschiedene Zeitfrequenzen, so erhält man die zeitliche Übertragungsfunktion nach Gl. 3. In diese Berechnung fließt ein, dass die konstante Entwurfslängenfrequenz f_0 für die Berechnung der DOE verwendet wurde, und sich deshalb nach einer Faltungsoperation im Exponenten der zeitlichen Übertragungsfunktion wiederfindet.

$$H(z, f) = \sum_n \left\{ e^{2\pi i \frac{1}{c} \sqrt{f^2 - f_0^2} \left(2 \frac{n}{m_{\max}} - \frac{n^2}{m_{\max}^2} \right) \Delta z} \cdot A_n \right\} \quad (3)$$

Der Index n in Gl. 3 zählt die Kreise für zulässige spatiale Raumfrequenzen von innen nach aussen, während der Index m in Gl. 1 die Kreise von aussen nach innen zählt. Der Wert von m_{\max} kennzeichnet die maximal mögliche Anzahl von Kreisen für einen bestimmten Selbstabstandsabstand.

Gl. 3 beschreibt nicht die gewünschte Form der Übertragungsfunktion für ein FIR-Filter, man kann jedoch wegen der sehr guten Übereinstimmung im relevanten Bereich Gl. (3) durch Gl. (4) ersetzen.

$$H_{FIR}(f) = \sum_n \left\{ e^{2\pi i \cdot n \cdot f} \cdot A_n \right\} \quad (4)$$

Die in Gl. 4 einzusetzende Verzögerungszeit ist leicht zu berechnen (Gl. 5).

$$\tau_n \approx \frac{\lambda_0}{c} \cdot n \quad (5)$$

5 Messergebnisse

Messergebnisse mit DOE, die ein paraxiales Fernfeldmuster mit sieben homogen ausgeleuchteten Ringen realisieren, zeigt Abb. 3.

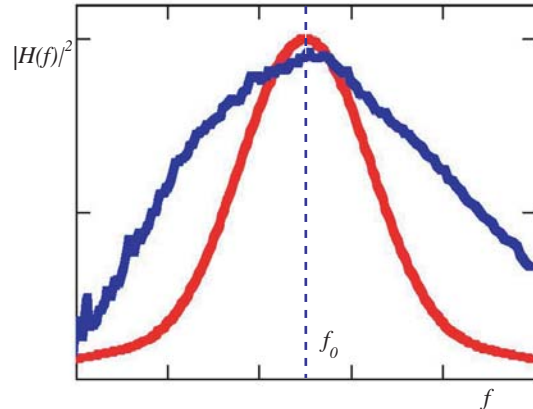


Abb. 3 Gemessenes (blau) und berechnetes (rot) Leistungsspektrum eines Beispielaufbaus

Die gemessene Kurve verläuft flacher als die berechnete. Eine Erklärung dafür sind die Toleranzen beim Aufbau und bei der Herstellung der DOE. Das Phasenprofil der DOE passt zudem nur für eine Wellenlänge genau, für benachbarte Wellenlängen ergibt sich ein Phasenfehler, der zu Abstrahlungen in ungewünschte Ordnungen führt.

6 Einstellung der Filterparameter

Im Montgomery-Interferometer können die Verzögerungszeiten vervielfacht werden, indem die Abstände der DOE entsprechend verändert werden.

Die Filterzweige eines FIR-Filters werden durch die Kreise mit den zulässigen spatialen Frequenzen des gebeugten Wellenfeldes realisiert. Die auf einen jeden Kreis verteilte Lichtleistung steuert deshalb das Gewicht der Koeffizienten. Die Verteilung der Leistung auf einen Kreis ist zunächst beliebig, so könnte die Intensität homogen und proportional zum gewünschten Gewicht eingestellt werden, es könnten aber auch nur bestimmte Abschnitte auf einem Kreis benutzt werden.

Da sich die Koeffizienten aus der Multiplikation eines komplexen und seinem konjugiert komplexen Wert ergeben, sind bei der Detektion der ebenen Welle am Interferometer-Ausgang nur positive Koeffizienten realisierbar. Wertet man mit geeignet modifizierten DOE statt der ebenen Welle andere spatiale Frequenzen aus, so sind auch komplexe Koeffizienten denkbar.

Literatur

- [1] C. K. Madson, J. H. Zhao, *Optical filter design and analysis: A signal processing approach*, Wiley New-York (1999)
- [2] W. D. Montgomery, „Self-imaging objects of infinite aperture“, *J. Opt. Soc. Am.* **57** (1967) 772-778.
- [3] J. Jahns, H. Knuppertz, A.W. Lohmann, „Montgomery self-imaging effect using computer-generated diffractive optical elements“, *Opt. Commun.* **225** (2003) 13-17.