

Höhe, Neigung oder Krümmung?

M. C. Knauer*, T. Bothe**, S. Lowitzsch*, W. Jüptner**, G. Häusler*

* Institut für Optik, Information und Photonik – Universität Erlangen-Nürnberg

**BIAS, Bremer Institut für angewandte Strahltechnik

<mailto:mknauer@optik.uni-erlangen.de>

In diesem Beitrag wollen wir eine wichtige Frage motivieren, die man sich bei jeder Messaufgabe stellen sollte: Welche Größe ist die richtige für die Charakterisierung meines Messobjekts?

1 Motivation der Fragestellung

Abbildung 1 zeigt das verzerrte Spiegelbild einer Kuppel in der gegenüberliegenden Fensterfront. Die Hauptursache für die starken Verzerrungen liegt offensichtlich nicht darin, dass manche Teile der Scheibe näher am Betrachter sind als andere – das wären Unterschiede in der Höhe $z(x,y)$, sondern vielmehr darin, dass die lokale Neigung $\alpha(x,y)$ variiert.

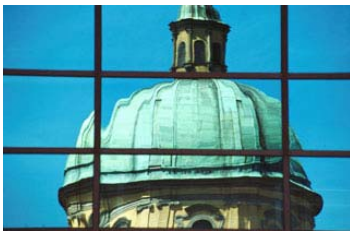


Abb. 1 Verzerrtes Spiegelbild der Kuppel der Basilika in Weingarten (Titelbild des Tagungsprogramms). Ursächlich für die Verzerrung sind lokale Neigungsvariationen!

Solche Verzerrungen auf Grund lokaler Neigungsvariationen sind das Grundprinzip vieler de- bzw. reflektometrischer Verfahren. Mit diesen Verfahren können lokale Neigungen spiegelnder Freiformflächen gemessen werden ([1],[2],[3]). So ergibt sich die erste Motivation für die Fragestellung dieses Artikels: Es gibt keine oder nur sehr eingeschränkte Möglichkeiten die Höhe spiegelnder Freiformflächen optisch direkt zu messen – aber die Gradienten.



Abb. 2 Messung eines Objekttägers mit einer einpolierten Delle. Links: Höhenkarte [0-160 µm]. Rechts: Neigung in y-Richtung [0-8 arcmin].

Wie in Abbildung 1 gezeigt, ist die Höhe oft auch gar nicht die entscheidende Größe. Geht es zum Beispiel um die Identifizierung lokaler Fehler, so ist der im Allgemeinen große Wertebereich von Höhen gegenüber den kleinen Fehlern bei der Fehlersuche sogar störend: Während man in Abbil-

dung 2 im Höhenbild auf Grund der globalen Durchbiegung keine lokalen Fehler entdecken kann, ist die Delle im Neigungsbild klar erkennbar.

Dies ist klar, da ein lokaler Fehler einer kleinen Höhenänderung Δz auf kurzer Strecke Δx entspricht. Der Winkel $\alpha \approx \Delta z / \Delta x$ kann somit auch bei geringen Höhenvariationen sehr groß sein, wenn Δx entsprechend klein ist.

Weitere, noch feinere Details werden sichtbar, wenn man die Krümmung betrachtet (Abbildung 3). Bei dieser Messung eines Gleitsichtbrillenglases sind in der Krümmungskarte feine Bearbeitungsspuren sichtbar, die nur einige Nanometer tief sind.

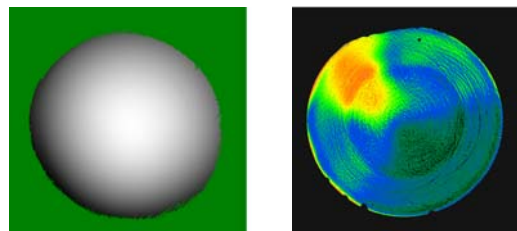


Abb. 3 Messung eines Brillenglases. Links: Höhenkarte [0-7 mm]. Rechts: mittlere Krümmung [2-3,5 dpt].

2 Umrechnen der Größen

Es stellt sich die Frage, ob man die Größen nicht einfach in einander umrechnen kann. Kann man also lokale Details nicht einfach durch Differentiation von Höhendaten oder die globale Form durch Integration von Neigungsdaten gewinnen?

Zur Beantwortung der Frage muss man bei realen Messdaten das Rauschen mit in Betracht ziehen. Für gemessenen Höhendaten gilt dann:

$$z_{\text{mess}}(x) = z(x) + z_{\text{rausch}}(x). \quad (1)$$

Beschränkt man sich der Anschaulichkeit halber auf eine Dimension, so entspricht der Neigungswinkel $\alpha(x)$ in etwa der Ableitung $\partial z / \partial x$. Für die durch Differentiation berechnete Neigung gilt dann:

$$\alpha_{\text{diff}}(x) = \alpha(x) + \frac{\delta z}{\Delta x}, \quad (2)$$

mit $\delta z = z_{\text{rausch}}(x + \Delta x) - z_{\text{rausch}}(x)$, einer Zufallsgröße deren Varianz unabhängig von x und Δx ist. In Gleichung (2) kommt zur echten Neigung somit ein Rauschanteil hinzu, der umso größer ist je kleiner Δx ist. Das ist konsistent mit folgender Betrachtung: Die Ableitung entspricht im Frequenzraum einer Anhebung des Signals bei hohen Frequenzen. Es ist also sehr schwierig kleine Details aus rauschbehafteten Daten durch Ableitung zu extrahieren. Das gilt im besonderen Maße für Krümmungen, deren Berechnung eine zweite Ableitung benötigt. Hier haben Techniken zur Messung von Gradienten klare Vorteile [4], speziell, wenn es um die Strukturanalyse einer Topologie geht [5].

Umgekehrt führen gemessene Neigungsdaten

$$\alpha_{\text{mess}}(x) = \alpha(x) + \alpha_{\text{rausch}}(x) \quad (3)$$

durch (Pfad-)Integration von $x=0$ ausgehend zur Höhe $z(x)$ mit einem unbekanntem Offset C :

$$z_{\text{int}}(x) = C + z(x) + \sum_{x' < x} \alpha_{\text{rausch}}(x') \cdot \Delta x. \quad (4)$$

Für konstantes Δx ergibt sich ein Rauschanteil von $z_{\text{rausch,int}}(x) = N\Delta x \cdot \langle \alpha_{\text{rausch}} \rangle$, mit dem Mittelwert des Rauschens $\langle \alpha_{\text{rausch}} \rangle$ und $N = x/\Delta x$, der Anzahl der Integrationsintervalle. Der Mittelwert sollte bei perfekter Kalibrierung 0 sein – mit einem Fehler von $\delta\alpha/\sqrt{N}$. $\delta\alpha$ ist dabei analog zur Höhenmessung ein Maß für das Rauschen der gemessenen Gradienten. Es bleibt:

$$z_{\text{rausch,int}}(x) = \sqrt{x \cdot \Delta x} \cdot \delta\alpha = x \cdot \delta\alpha / \sqrt{N} \quad (5)$$

Bei der Integration wird der Fehler also umso größer je weiter man sich vom Ursprung entfernt. Im Frequenzraum heißt das: Bei der Integration werden die tiefen Frequenzen angehoben – langwellige kleine Fehler werden verstärkt. Es ist somit schwierig die globale Form aus gemessenen Neigungsdaten zu rekonstruieren. Dies gilt insbesondere dann, wenn aufgrund systematischer Kalibrierfehler der Mittelwert des Rauschens nicht 0 ist. Es bleibt anzumerken, dass die Integration in zwei Dimensionen wesentlich komplizierter ist ([4], [6]).

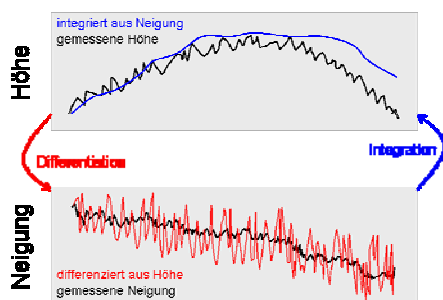


Abb. 4 Bei Differentiation wird das hochfrequente Rauschen verstärkt, bei Integration leidet die Formtreue.

In Abbildung 4 sind die Fehler, die durch Integration und Differentiation entstehen, symbolisch dargestellt.

3 Wahl der betrachteten Größe

Bei Messaufgaben der oben beschriebenen Art muss man sich also fragen:

Wird die globale Form benötigt oder sollen lokale Fehler identifiziert werden? Welche Genauigkeit wird benötigt? Eine Toleranz sollte nach (2) und (5) immer abhängig von der benötigten lateralen Auflösung Δx spezifiziert werden.

Tendenziell gilt, dass für lokale Eigenschaften Neigung oder Krümmung aussagekräftiger sind wobei die globale Form über große Distanzen hinweg eher mit Höhenmessungen ermittelt werden kann – so es denn überhaupt ein geeignetes Messsystem gibt (Tabelle 1).

Wenn es kein Verfahren zur direkten Höhenmessung gibt, kann man aber mit den in [4] und [6] beschriebenen Methoden inzwischen auch die Form spiegelnder Freiformflächen bis auf wenige μm bestimmen.

		gemessen	
		Höhendaten	Neigungsdaten
gewünscht	lokale Details kleines Δx	–	+
	globale Form großes x	+	–

Tab. 1 Vergleich der Ergebnisse. Je nachdem ob die globale Form oder lokale Details von Interesse sind, sind Neigungs-, oder Höhendaten besser geeignet.

Literatur

- [1] M.C. Knauer, J. Kaminski, G. Häusler: „Phase Measuring Deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces“ in *Proc. SPIE 5457*, S. 366-376 (2004)
- [2] T. Bothe, W. Li, C. von Kopylow, W. Jüptner: „High-resolution 3D shape measurement on specular surfaces by fringe reflection“ in *Proc. SPIE. 5457*, S. 411-422 (2004)
- [3] M.C. Knauer, J. Kaminski, G. Häusler: „Absolute Phasenmessende Deflektometrie“ in *DGaO-Proceedings 105*, A15 (2004)
- [4] W. Li, T. Bothe, C. von Kopylow, W. Jüptner: „Evaluation methods for gradient measurement techniques“ in *Proc. SPIE. 5457*, S. 300-311 (2004)
- [5] T. Bothe, W. Li, C. von Kopylow, W. Jüptner: „Fringe Reflection for high resolution topometry and surface description on variable lateral scales“ in *Proc. Fringe 2005*, S. 362-371 (2005)
- [6] S. Lowitzsch, J. Kaminski, M.C. Knauer, G. Häusler: „Vision and Modeling of Specular Surfaces“ in *VMV 2005 - Proceedings*, S. 479-486 (2005)