

# Auswertung der Hell-Dunkel-Grenze mit einem integralen Ansatz

Gerhard Kloos

Hella KGaA Hueck & Co.  
Corporate Research Optics, Lippstadt

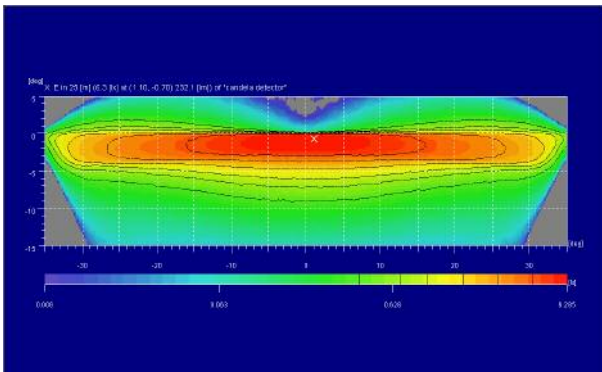
<mailto:gerhard.kloos@hella.com>

Für die optische Bewertung bestimmter Projektions- und Reflexionssysteme ist die Güte der Hell-Dunkel-Grenze von Bedeutung. Zur Bestimmung entsprechender Gütekennzahlen existieren Berechnungsverfahren, die in der Industrie genutzt werden. Es wird eine alternative Beschreibungs- und Berechnungsmethode vorgeschlagen.

## 1 Einführung

Die Bewertung der Hell-Dunkel-Grenze ist für den Entwurf von Spiegeln für Aufgaben der Allgemeinbeleuchtung von Interesse [1]. Auch an die Hell-Dunkel-Grenze der Abblendlichtverteilung eines Kraftfahrzeugscheinwerfers werden bestimmte Anforderungen gestellt. Daher wurden entsprechende Berechnungsverfahren [2] entwickelt, die in der Industrie verwandt werden, um die Güte der Hell-Dunkel-Grenze quantitativ angeben zu können.

Abb. 1 zeigt als Beispiel eine simulierte Lichtstärkeverteilung, die ein Aufweichen der Hell-Dunkel-Grenze bei Horizontalwinkeln um  $\pm 20^\circ$  aufweist.



**Abb. 1** Auftragung der simulierten Lichtstärkeverteilung hinter einer anamorphotischen Linse für eine LED-Anwendung gegen Horizontal- und Vertikalwinkel

## 2 Alternative Beschreibung und Auswertung

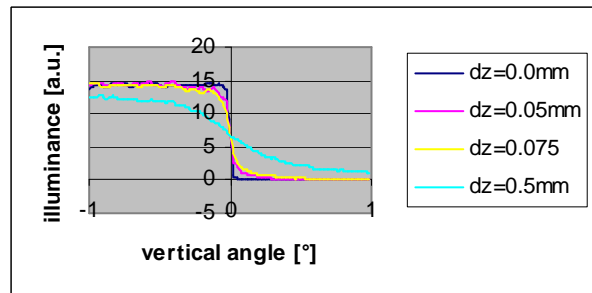
Zur integralen Beschreibung einer Verteilung  $f(x)$  werden in der mathematischen Statistik die  $n$ -ten zentralen Momente der Verteilung auf folgende Weise definiert:

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^n f(x) dx \quad (1)$$

Darin bezeichnet  $x_0$  den Mittelwert der Verteilung.

Verallgemeinerungen auf zweidimensionale Verteilungen werden in der Bildverarbeitung benutzt [3].

Für die vorliegende Problemstellung genügt die Betrachtung von Schnitten durch die Lichtstärkeverteilung bei konstantem Horizontalwinkel. Bei Vorgabe eines festen Abstandes (hier: 25m) können die so entstehenden Funktionen in Beleuchtungsstärkeverläufe  $E(\beta)$  umgerechnet werden.



**Abb. 2** Beleuchtungsstärkeverläufe im Bereich der Hell-Dunkel-Grenze bei festem Horizontalwinkel und axialer Variation einer kollimierenden Beleuchtungsoptik

Im Folgenden soll eines der Verfahren dargestellt werden, die wir zur Auswertung solcher Daten verwenden. Von dem gemessenen oder simulierten Beleuchtungsstärkeverlauf senkrecht zur Hell-Dunkel-Grenze wird zunächst die Ableitung gebildet:

$$\frac{dE}{d\beta} =: y(\beta) \quad (2)$$

Abhängig davon ob der Verlauf der Kante fallend oder steigend ist wird daraus das Minimum beziehungsweise das Maximum der lokalen Steigungswerte berechnet und mit  $m$  bezeichnet.

Zur Beschreibung der Abweichung vom ermittelten Minimal- bzw. Maximalwert wird eine Größe verwendet, die in Analogie zum zweiten zentralen Moment steht. Es ist jedoch zu beachten, dass hier der Wert eines Extremums und nicht der Mittelwert verwendet wird. In diskretisierter Form lässt sich diese Größe dann wie folgt berechnen:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y_k - m)^2} \quad (3)$$

Die Tilde soll andeuten, dass es sich nicht um die bekannte Größe der mathematischen Statistik, sondern um eine in Analogie dazu abgeleitete Größe handelt. Das nächsthöhere Moment beschreibt die Schiefe der Verteilung. Die hier eingeführte Größe bezieht sich auf die Schiefe der Verteilung der lokalen Steigungen der Beleuchtungsstärke als Funktion des Vertikalwinkels:

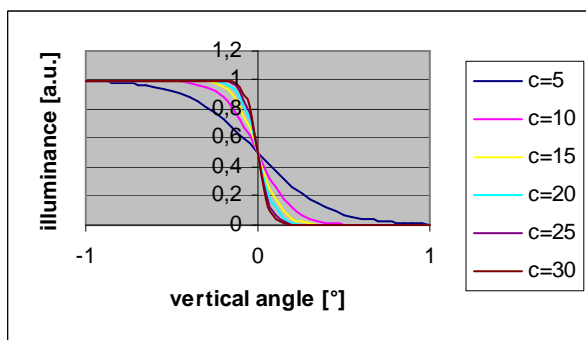
$$\tilde{s} = \frac{1}{N \tilde{\sigma}^3} \sum_{k=1}^N (y_k - m)^3 \quad (4)$$

Das Moment vierter Ordnung dient in der Statistik zur Beschreibung der sogenannten Kurtosis der Verteilung. Hier kann eine entsprechende Größe herangezogen werden, um das Krümmungsverhalten der Verteilung der Steigungen in der Umgebung der maximalen Steigung zu charakterisieren:

$$\tilde{k} = \frac{1}{N \tilde{\sigma}^4} \sum_{k=1}^N (y_k - m)^4 - 3 \quad (5)$$

Mit den Größen  $m$ ,  $\tilde{\sigma}$ ,  $\tilde{s}$  und  $\tilde{k}$  hat man einen Parametersatz zur Verfügung, der die Verteilung der lokalen Steigungen im Bereich der Hell-Dunkel-Grenze und damit den Beleuchtungsstärkeverlauf im Übergangsbereich charakterisiert.

Abb. 3 zeigt sigmoidale Funktionen, die in [4] zur Parametrisierung des Kantenverlaufes vorgeschlagen wurden.



**Abb. 3** Sigmoidale Funktionen zur Anpassung an Kanten mit unterschiedlicher Schärfe

Gegenüber einer Parametrisierung mit sigmoidalen Funktionen bietet die Beschreibung mit höheren Momenten den Vorteil, dass keine punktsymmetrische Anpassungsfunktion angesetzt wird, sondern sehr allgemeine Kantenverläufe beschrieben werden können. Eine wichtige Voraussetzung ist allerdings, dass die Verteilung der Steigungen um einen bestimmten Wert zentriert ist. Darauf muss bei

der Festlegung der Integrations- beziehungsweise Summationsgrenzen geachtet werden.

Ein Vorteil der integralen Beschreibung liegt darin, dass sich die ermittelten Parameter geometrisch deuten lassen.  $m$  gibt die Winkellage (bzw. Ortslage) der Kante an. Der Parameter  $\tilde{\sigma}$  beschreibt die Aufweichung der Hell-Dunkel-Grenze.  $\tilde{s}$  dient als Maß für die Abweichung von  $E$  von der Punktsymmetrie bezüglich  $(m, y(m))$ . Die Größe  $\tilde{k}$  schließlich beschreibt die Änderung der lokalen Krümmungen im Bereich der Hell-Dunkel-Grenze.

### 3 Anwendungen

Die Parameter können als Funktion des Horizontalwinkels berechnet werden oder zur Beschreibung einer Kante als Funktion des Justierzustandes oder von Umwelteinflüssen genutzt werden.

Die vorgestellte Parametrisierung eignet sich insbesondere um die verschiedenen Zustände eines adaptiven optischen Systems [6], das eine Hell-Dunkel-Grenze erzeugt, mit wenigen aussagekräftigen Maßzahlen zu beschreiben.

Des Weiteren bietet ein solcher Parametersatz die Möglichkeit, die Verbesserung beziehungsweise Verschlechterung bestimmter Kanteneigenschaften im Verlauf von Optimierungsiterationen mit wenigen Größen zu verfolgen und zu dokumentieren.

Die numerische Auswertung lässt sich leicht implementieren und ist auf andere Aufgaben der Kantenauswertung übertragbar. Während hier Hell-Dunkel-Grenzen im Winkelraum betrachtet wurden, untersucht man in der Bildverarbeitung und der abbildenden Optik häufig Übergänge (Kanten) in Verläufen der orts aufgelösten Bestrahlungsstärke.

### Literatur

- [1] *Entwurf und Auslegung optischer Reflektoren* expert-verlag (2006)
- [2] W. Pollack, „Lage und Qualität der Hell-Dunkel-Grenze in der Lichtverteilung von Kraftfahrzeug-Scheinwerfern“ in *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* **100**,58-64 (1998)
- [3] R. Mukundan, E. K.R. Ramakrishnan, *Moment functions in image analysis – Theory and applications*, World Scientific (1998)
- [4] G. Kloos, „Projection systems with a cut-off line for automotive applications“ in *Proceedings of the SPIE* **5942**, 102-113 (2005)
- [5] G. Kloos, „On the efficiency of projection systems with tri-axial ellipsoidal reflectors“ in *Proceedings of the SPIE* **6198**, 149-158 (2006)
- [6] G. Kloos, „Design and evaluation of adaptive optical systems“ in *DGaO-Proceedings* (2005)