

# Bestimmung der Genauigkeit beim holographischen

## Messverfahren in Mikrofluidsystemen

Nail Sabitov, Thomas Meinecke, Stefan Sinzinger

Technische Universität Ilmenau, Institut für Micro- Nanotechnologien - MacroNano,  
98693 Ilmenau Germany

<mailto:nail.sabitov@tu-ilmenau.de>

Ziel unserer Arbeit ist die Bestimmung der dreidimensionalen Position von Partikeln in einem mikrofluidischen System mit Hilfe der digitalen Holografie. Bei der Hologrammrekonstruktion tritt das Problem auf, dass das Hintergrundrauschen die Genauigkeit der Partikellagebestimmung beeinträchtigt. In diesem Beitrag geht es um die Bewertung des Einflusses des zufälligen Hintergrundrauschens auf die Bestimmung der axialen Partikellage.

### 1 Einführung

Aus einem zweidimensionalen Hologramm erhält man alle Informationen über die dreidimensionale Lage eines Partikels. Durch die Rekonstruktion wird die Helligkeitsanordnung des zu rekonstruierenden Volumens ebenenweise in den Schritten  $dz$  darstellbar. Wir betrachten die rekonstruierte Intensität entlang einer Geraden, die durch die dreidimensionale Partikelabbildung parallel zur  $z$  Achse verläuft. Diese eindimensionale Intensitätsanordnung oder Gesamtheit von Intensitätswerten hat ein Extremum, das mit der Partikellage bzw. Tiefe übereinstimmt und mit der axialen Unsicherheit  $d_z$  bekannt ist. Wegen des Rauschens ist jeder Intensitätswert nicht exakt zu ermitteln, sondern nur in einem bestimmten Vertrauensbereich. Wenn wir die Partikellage nach dem Intensitätsminimum, dessen Lage abhängig von dem Rauschereignis ist, erhalten wollen, bestimmen wir einen axialen Bereich, in dem es mit bestimmter Wahrscheinlichkeit auftritt.

### 2 Approximationen

Wir gehen auf die wichtigen Approximationen, die in diesem Verfahren verwendet wurden, ein.

*Approximation 1.* Rauschen hat eine additive Natur. Somit kann die aufgenommene Helligkeit pixelweise als die Summe  $H_{i,j} = I_{i,j} + r_{i,j}$  dargestellt werden, mit  $I_{i,j}$  als unverrauschter Intensitätswert,  $r_{i,j}$  als Rauschsummand.

*Approximation 2.* Wir nehmen an, dass alle Rauschkomponenten voneinander unabhängig sind. So beschränken wir uns auf zufälliges Hintergrundrauschen.

*Approximation 3.* Alle Rauschkomponenten haben außerdem den Erwartungswert  $\mu = 0$  und die Streuung  $\sigma_r$ .

*Approximation 4.* Reeller und imaginärer Teil der Amplitude sind voneinander unabhängig.

### 3 Herleitungen

Der Amplitudenverlauf auf der Geraden, die durch das Partikel geht, lässt sich folgendermaßen ausdrücken

$$A_{00,k} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m H_{i,j} \cdot g_{i,j,k},$$

wobei  $g_{i,j,k}$  die Impulsantwortfunktion für den Tiefenwert  $z_k$  mit der Nummer  $k$  ist.

Weiterhin können der reelle und imaginäre Teil der Amplitude als normalverteilte Wahrscheinlichkeitswerte, die durch die entsprechenden Parameter  $\mu_{Ar,k}$ ,  $\mu_{Ai,k}$ ,  $\sigma_{Ar,k}$  und  $\sigma_{Ai,k}$  charakterisiert sind, definiert werden:

$$\mu_{Ar00,k} = \sum_{i=1}^n \mu_{H,i} \cdot \operatorname{Re}(g_{i,k}) = \sum_{i=1}^n I_i \cdot \operatorname{Re}(g_{i,k})$$

$$\mu_{Ai00,k} = \sum_{i=1}^n \mu_{H,i} \cdot \operatorname{Im}(g_{i,k}) = \sum_{i=1}^n I_i \cdot \operatorname{Im}(g_{i,k})$$

$$\sigma_{Ar00,k} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{r,i} \cdot \operatorname{Re}(g_{i,k}))^2} = \sigma_r \sqrt{\sum_{i=1}^n \operatorname{Re}(g_{i,k})^2}$$

$$\sigma_{Ai00,k} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{r,i} \cdot \operatorname{Im}(g_{i,k}))^2} = \sigma_r \sqrt{\sum_{i=1}^n \operatorname{Im}(g_{i,k})^2}.$$

Um die Intensität zu berechnen, müssen die beiden Teile der Komplexen Amplitude quadriert werden. Nach der Umwandlung der normalverteilten

Größen

$$p_{Ar00,k} = N(\mu_{Ar,k}, \sigma_{Ar,k}^2)$$

$$p_{Ai00,k} = N(\mu_{Ai,k}, \sigma_{Ai,k}^2)$$

erhalten wir

$$p_{y,Ar00,k}(y) = \frac{1}{8\sqrt{y\pi}\sigma_{Ar,k}} \left( \exp\left(-\frac{(\sqrt{y}-\mu_{Ar,k})^2}{2\sigma_{Ar,k}^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\sqrt{y}+\mu_{Ar,k})^2}{2\sigma_{Ar,k}^2}\right) \right)$$

$$p_{y,Ai00,k}(y) = \frac{1}{8\sqrt{y\pi}\sigma_{Ai,k}} \left( \exp\left(-\frac{(\sqrt{y}-\mu_{Ai,k})^2}{2\sigma_{Ai,k}^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\sqrt{y}+\mu_{Ai,k})^2}{2\sigma_{Ai,k}^2}\right) \right)$$

Die Faltung der numerisch berechneten Dichtefunktionen der quadrierten reellen und imaginären Teile der komplexen Amplitude ergibt die Intensitätsdichtefunktion:

$$p_{y,I00,k}(y) = p_{y,Ar00,k}(y) \otimes p_{y,Ai00,k}(y).$$

Die numerische Lösung der Gleichungen

$$\int_{y_{1,k}}^{m_{I,k}} p_{y,I00,k}(y) dy = \frac{\alpha}{2} \quad \text{und} \quad \int_{m_{I,k}}^{y_{2,k}} p_{y,I00,k}(y) dy = \frac{\alpha}{2}$$

liefert die Grenzen  $[y_{1,k}, y_{2,k}]$  des Vertrauensintervalls für jeden Intensitätswert  $I_{00,k}$ , mit

$$m_{I,k} = \mu_{Ar,k}^2 + \mu_{Ai,k}^2 \quad \text{und der Wahrscheinlichkeit } \alpha.$$

#### 4 Ergebnisse

Das in der MatLab-Umgebung geschriebene Programm berechnet die fünf Rekonstruktionen eines Hologramms mit verschiedenen Rauschereignissen (schwarze punktierte Linien), markiert die obere und untere Grenzen der Intensitätswerte und den Intensitätssollwert (blau, grün und rot) und bestimmt den gesamten Vertrauensbereich, in dem sich das Intensitätsminimum befindet (rote horizontale Strecke).

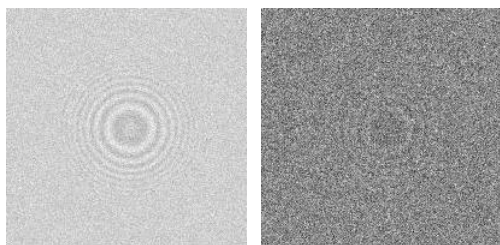


Abb. 1 Beispiele zweier additiv verrauschter Hologramme mit  $\sigma_r = 0.05$  (links) und  $\sigma_r = 0.2$  (rechts).

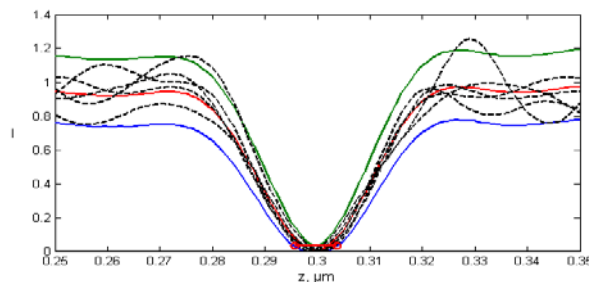


Abb. 2 Darstellung des ermittelten Vertrauensintervalls

Weiterhin kann auch die Abhängigkeit der Intervalllänge der Streuung der Rauschkomponente  $\sigma_r$  bestimmt werden.

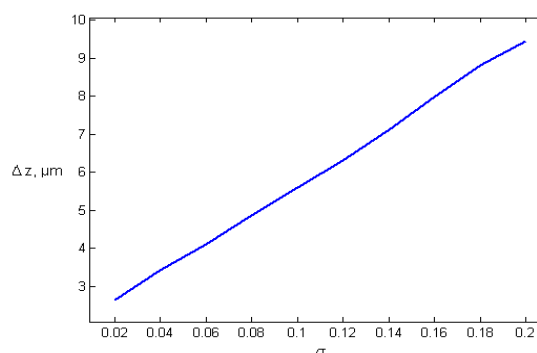


Abb. 3 Berechnete Länge des Vertrauensintervalls in Abhängigkeit von der Streuung  $\sigma_r$ .

#### 5 Zusammenfassung

1. Aus Abb. 2 ist ersichtlich, dass die meisten Kurven im Vertrauensintervall liegen. Bei manchen Rauschereignissen passiert es, dass die Intensitätskurve diesen "Kanal" verlässt. Das ist auf die Approximation 4 zurückzuführen, die das Vertrauensintervall verringert.
2. Während der zahlreichen Simulationen wurde festgestellt, dass die Intensitätskurven nie den „Kanal“ im Bereich des Intensitätsminimums verlassen, was die Bestimmung des gesamten Vertrauensintervalls des Intensitätsminimums zuverlässiger macht.
3. Die auf der Abb. 3 dargestellte Abhängigkeit der Länge des gesamten Vertrauensintervalls von der Streuung der Rauschkomponente weist darauf hin, dass das Zufallsrauschen die Genauigkeit der Lokalisation des Partikels nicht stark beeinträchtigt. Bei Streuung  $\sigma = 0.2$  dehnt das Vertrauensintervall auf nur 9  $\mu\text{m}$  aus.

#### Literatur

- [1] L. Fahrmeir, R. Künstler, I. Pigeot, G. Tutz: Statistik. 6. Auflage, Springer, Berlin Heidelberg, 2007
- [2] H.W. Schüßler: Digitale Signalverarbeitung 1. Springer, Berlin Heidelberg, 1994