

Untersuchungen zur Genauigkeit NURBS-basierter optischer Freiformflächen

Matthias Hillenbrand, Mingcheng Zhao, Beate Mitschunas, Stefan Sinzinger
Fachgebiet Technische Optik, IMN MacroNano[®], Technische Universität Ilmenau

<mailto:matthias.hillenbrand@tu-ilmenau.de>

In diesem Beitrag wird untersucht, inwiefern Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) zur Beschreibung abbildender optischer Freiformflächen geeignet sind. Hierzu wird eine Strahldurchrechnung an verschiedenen NURBS-Repräsentationen einer ideal abbildenden optischen Fläche durchgeführt. Anschließend werden die erzielten Spotradien mit der Beugungsgrenze verglichen.

1 Einführung

Im weitesten Sinne können unter dem Begriff der optischen Freiformflächen alle Flächen ohne Rotationssymmetrie zusammengefasst werden.

Durch die Ausnutzung aller zur Verfügung stehender Freiheitsgrade können diese auf verschiedene Art zur Verbesserung abbildender optischer Systeme beitragen: Zum einen erlauben sie die Integration einer hohen Funktionalität auf engstem Raum. Gleichzeitig ermöglichen sie eine Steigerung der Abbildungsleistung optischer Systeme bei gleich bleibender Zahl der optischen Elemente. Ferner bilden sie die Grundlage neuartiger optischer Systeme, die zwingend nicht rotationsymmetrische Komponenten voraussetzen.

Gegenüber der im Optikdesign üblichen Flächenbeschreibung durch x - y - und Zernike-Polynome weisen Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) viele Besonderheiten auf. Im Bereich des CAD und der Computergrafik haben sie sich bereits seit Jahren als Standard durchgesetzt und sind entsprechend weit verbreitet. Dadurch, dass NURBS auch in Datenaustauschformaten wie STEP und IGES enthalten sind, treten im Idealfall keine Genauigkeitsverluste in der Prozesskette zwischen Optikdesign und Fertigung auf. Hervorzuheben ist außerdem die lokale Wirkung der Kontrollpunkte, durch die eine selektive Beeinflussung der Flächenform möglich ist.

Eine entscheidende Voraussetzung für den Einsatz von NURBS zur Beschreibung abbildender optischer Freiformflächen ist die Genauigkeit der Flächenrepräsentation, die unter anderem vom Grad der Fläche und der verwendeten Kontrollpunktzahl abhängt. Diese wird am Beispiel einer einzelnen abbildenden Spiegelfläche untersucht und in Bezug zur Beugungsgrenze gesetzt.

2 Simulationsstrategie

Es ist allgemein bekannt, dass ein Achsparallelbündel mit einer parabolischen Spiegelfläche perfekt auf einen Punkt fokussiert werden kann. Eine

solche Spiegelfläche eignet sich dementsprechend hervorragend für die Durchführung von Genauigkeitsuntersuchungen, da aus den Abweichungen von der Punktförmigkeit der Abbildung direkt auf Genauigkeitsverluste bei der Flächenbeschreibung zurückgeschlossen werden kann.

Für die numerischen Simulationen wird eine Spiegelfläche mit einem Grundradius von 100mm und einer konischen Konstante $k=-1$ eingesetzt, sodass sich ein Paraboloid mit einer Brennweite von 50mm ergibt. Wird schließlich noch der Durchmesser des auftreffenden Parallelbündels im Bereich bis 50mm variiert, lassen sich numerische Aperturen bis $NA=0,5$ simulieren.

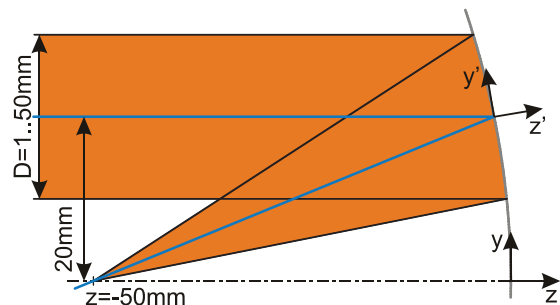


Abb. 1 Simuliertes System: Off-Axis-Paraboloid, der mit einem Achsparallelbündel (\varnothing 1-50mm) beleuchtet wird.

Nach einer Translation des einfallenden rotationsymmetrischen Lichtbündels um 20mm in positiver y -Richtung entsteht ein Off-Axis Paraboloidaufbau (siehe Abb. 1). Durch eine Verschiebung des Koordinatensystems der Fläche in den Auftreffpunkt des Hauptstrahls auf die Paraboloidfläche und eine Drehung um den halben Ablenkwinkel des Hauptstrahls verliert die Spiegelfläche ihre Rotationssymmetrie und kann als Freiformfläche betrachtet werden.

Auf dieser Fläche wird ein Gitter homogen verteilter Punkte erzeugt, die als Grundlage für Interpolationen und Approximationen mit NURBS-Flächen der Grade 3 und 4 verwendet werden. Die hierfür nötigen Algorithmen werden ausführlich in [1] beschrieben und stehen als Open Source-Umset-

zung [2] zur Verfügung. Für eine einfachere Ansteuerung dieser Algorithmen wird im Rahmen der hier vorgestellten Arbeit eine spezielle Anbindung an die Programmiersprache Python verwendet [3].

Im Anschluss an die Interpolation bzw. Approximation wird eine Strahldurchrechnung durchgeführt, um die Durchstoßpunkte der einzelnen Strahlen in der mit der Brennebene zusammenfallenden Bildebene zu bestimmen. Mit Hilfe des Schwerpunktes

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{N} \sum_i x_i, \frac{1}{N} \sum_i y_i \right) \quad (1)$$

kann aus den Durchstoßkoordinaten (x_i, y_i) der N Strahlen der RMS-Spotradius

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \quad (2)$$

berechnet werden. Als Bezugswert zur Einschätzung der Ergebnisse dient der durch die Beugung vorgegebene Radius des Airyscheibchens

$$r_{Airy} = 0,61 \frac{\lambda}{NA} = 1,22 \frac{\lambda f'}{D}, \quad (3)$$

der von der Wellenlänge λ , der Brennweite f' und dem Durchmesser D des Strahlenbündels abhängt.

3 Ergebnisse

Mit der verwendeten Bibliothek liefern die durch Interpolation erzeugten Flächen bessere Ergebnisse als die durch Approximation erzeugten, sodass in den Abb. 2 und 3 nur die Ergebnisse der Interpolation dargestellt sind. Diese zeigen eindeutig, dass der RMS-Spotradius mit einer Erhöhung der Kontrollpunktzahl stark sinkt. Während bei Verwendung von NURBS des Grades 3 für eine numerische Apertur von 0,5 mit 14x14 Kontrollpunkten eine beugungsbegrenzte Abbildung erzielt werden kann, ist dies bei NURBS des Grades 4 bereits mit 10x10 Kontrollpunkten möglich. Zum Vergleich wurde auch eine Approximation des homogenen Punktegitters mit x-y-Polynomen, sowie eine Optimierung eines x-y-Polynoms mit ZEMAX[®] untersucht. In beiden Fällen wird bereits mit Polynomen des Grades 4 bis 5 eine vergleichbare Abbildungsqualität erzielt.

4 Zusammenfassung

Eine nötige Voraussetzung für die Verwendung von NURBS zur Beschreibung abbildender optischer Freiformflächen besteht in einer hinreichenden Genauigkeit der Flächenrepräsentation. Diese wurde in Abhängigkeit vom Grad der Fläche und der Kontrollpunktzahl untersucht. Dabei konnte gezeigt werden, dass mit einer Erhöhung der Zahl der Kontrollpunkte eine beugungsbegrenzte Abbil-

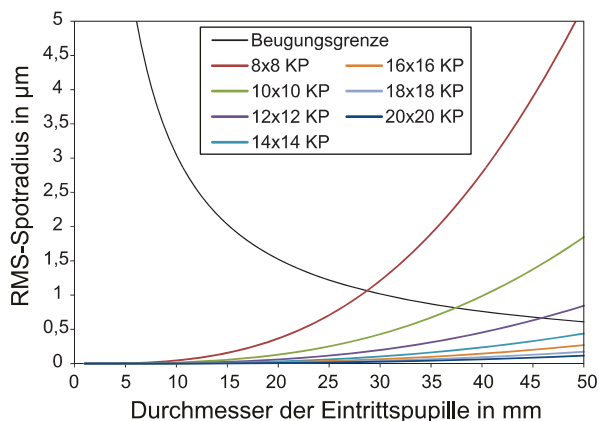


Abb. 2 RMS-Spotradien für NURBS-Interpolationen des Grades 3; KP = Kontrollpunkte.

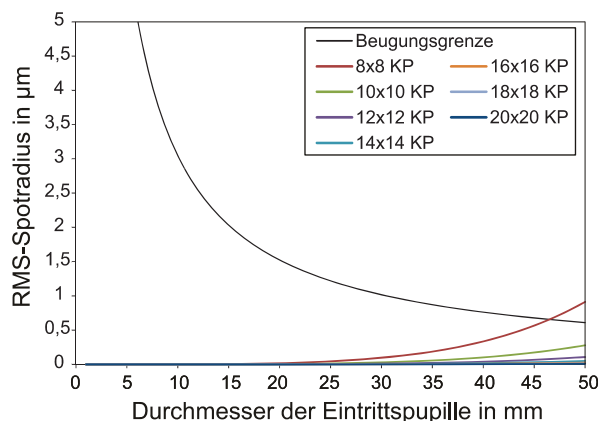


Abb. 3 RMS-Spotradien für NURBS-Interpolationen des Grades 4; KP = Kontrollpunkte.

dung erreichbar ist.

Eine Verbesserung der Approximations- und Interpolationsergebnisse durch Berücksichtigung des lokalen Gradienten der Fläche ist Gegenstand weiterer Untersuchungen.

5 Danksagung

Die Autoren danken dem Bundesministerium für Bildung und Forschung sowie dem Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur für die Förderung der vorgestellten Untersuchungen im Rahmen des „Kompetenzdreieck Optische Mikrosysteme - KD OptiMi“ (FKZ: 16SV3700) und der „Graduate Research School on Optical Microsystems Technology (OMITEC)“ (FKZ: PE 104-1-1).

Literatur

- [1] L. Piegl, W. Tiller: The NURBS Book. Monographs in Visual Communication, Springer Verlag 2000
- [2] Philippe Lavoie: The NURBS++ library, <http://libnurbs.sourceforge.net/index.shtml>
- [3] Oliver Borm: PythonNURBS 0.3, <http://pypi.python.org/pypi/PythonNURBS>