

# Spiegelreflexionen auf der Poincaré-Kugel: zur Optimierung der Manipulation doppelbrechender Micropartikel mit dem Spin des Lichtes.

E.Frins\*, B.Hils\*\*, W.Dultz\*\*, H.Schmitzer

\*Universidad de la República Montevideo, \*\* Univ.Frankfurt(Main)  
Xavier Univ. Cincinnati,

requalivahanus(affenschaukel)t-online.de

Wir berechnen und messen die Polarisationsänderung des Lichtes auf der Poincaré-Kugel bei senkrechter Inzidenz an einem metallischen oder dielektrischen Spiegel und beschreiben kurz zwei Anwendungen.

## 1 Einführung

Die Poincaré-Kugel (oder Bloch-Kugel) ist ein anschauliches Modell zur quantitativen Beschreibung von quantenmechanischen 2-Niveausystemen oder allgemein für Drehungen im  $\mathbf{R}^3$ . In der Optik veranschaulicht sie besonders gut die Entwicklung der Polarisation des Lichtes in dünnen Verzögerungsplatten und bildet die Helizität des Photons mit nur 2 statt 3 Quantenzuständen ab [1].

Der Polarisationszustand des Lichtes ändert sich bei der Reflexion an einem Spiegel. Dieser oft nicht willkommene Effekt muß bei interferometrischen Messungen stets berücksichtigt werden und es ist daher sehr wichtig die Reflexion der Polarisationszustände des Lichtes auf der Poincaré-Kugel darzustellen.

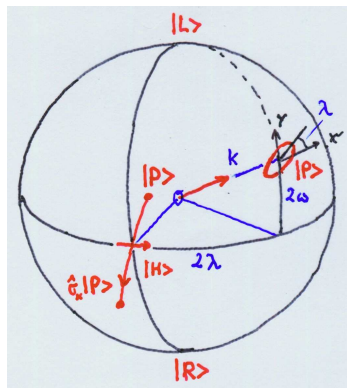


Abb.1 Poincaré-Kugel mit Spiegelung  $\hat{\sigma}_x |P\rangle$

## 2 Theorie

Der allgemeine Polarisationszustand  $|P\rangle$  des Lichtes auf der Poincaré-Kugel wird als Überlagerungszustand der links- und rechts zirkular polarisierten Basisfunktionen  $|L\rangle, |R\rangle$  mit den Spin-Drehimpulsen  $\pm \hbar$  beschrieben, Abb.1:

$$|P\rangle = \left\{ \cos\left(\frac{1}{2}(90^\circ - 2\omega)\right) \exp(-i\lambda) |L\rangle + \cos\left(\frac{1}{2}(90^\circ + 2\omega)\right) \exp(+i\lambda) |R\rangle \right\} e^{-i(\Omega t - kz)} \quad (1)$$

$\lambda$  ist die Orientierung der Lichtellipse im Raum und  $\omega$  ihre Elliptizität. Bei der Spiegelung an einem normalen metallischen oder dielektrischen Spiegel und *senkrechter* Inzidenz werden der Wellenvektor  $k$  und die Elliptizität  $\omega$  invertiert. Da die Richtungskonvention für  $k$  (von innen nach außen) auf der Poincaré-Kugel erhalten bleiben soll, muß man noch das Koordinatensystem der Lichtellipse um  $180^\circ$  drehen:  $x, y, z \xrightarrow{R} -x, y, -z$ . Alles in allem wird die Reflexion am normalen Spiegel also durch eine Vertauschung von  $|L\rangle$  mit  $|R\rangle$  und umgekehrt in Gleichung (1) beschrieben, d.h. durch die Paulimatrix  $\hat{\sigma}_x$ :  $\hat{\sigma}_x |P(L, R)\rangle = |P(R, L)\rangle$ .

Abb.1 zeigt die Inversion der Polarisation bei einer Spiegelung am  $|H\rangle$ -Punkt der Poincaré-Kugel. Eine zweifache senkrechte Spiegelung erhält die Polarisation. Für den verstärkten Antrieb kleiner doppelbrechender Plättchen mit dem Spindrehmoment des Lichtes [2] ist der mehrfache Durchgang geeigneten polarisierten Lichtes durch die Platte wichtig. Dazu untersuchen wir das Polarisationsverhalten doppelbrechender Platten zwischen zwei teildurchlässigen Spiegeln, Abb.2 grüner Bereich.

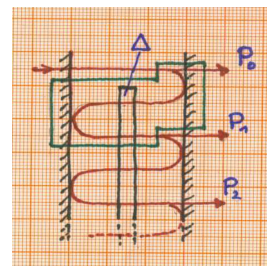


Abb.2 Kristallplatte mit der Verzögerung  $\Delta$  zwischen zwei Spiegeln im Fabry-Perot.

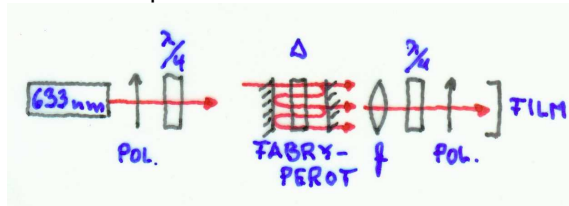
Der Rotationsoperator für die Polarisationsänderung  $|P_1\rangle = \exp(-i \frac{\Delta}{2} \vec{n} \cdot \hat{\sigma}) |P_0\rangle$  in einer Kristallplatte hängt von ihrer Verzögerung  $\Delta$  und der Orientierung der schnellen Achse  $\vec{n}$ ,  $|\vec{n}| = 1$ , der Kristallplatte im Raum ab.  $\hat{\sigma}$  ist der Vektor der Paulimatrizen. Daraus folgt für

den grünen Bereich, Abb.1, mit je zwei Reflexionen und Transmissionen:

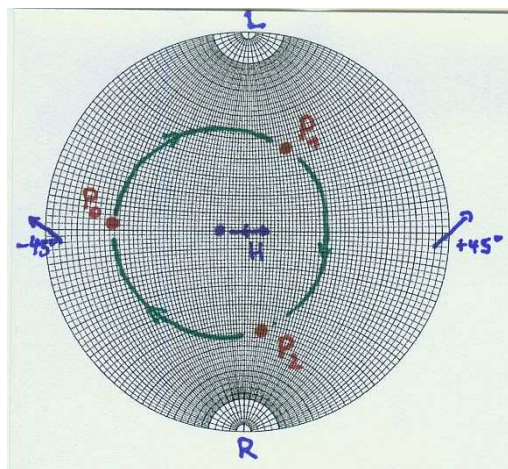
$$|P_1\rangle = e^{-i\frac{\Delta}{2}\vec{n}\hat{\sigma}} e^{-i\frac{\Delta}{2}\vec{n}'\hat{\sigma}} |P_0\rangle = \{\exp(-i\Delta(n_x, n_y, 0)\hat{\sigma}) \quad (2)$$

$+ 2n_z(n_z - i(n_y, n_x, 0)\hat{\sigma})\sin^2 \Delta/2\} |P_0\rangle$   
 $\vec{n}' = \vec{n}(-n_y)$  gilt wegen des umgekehrten Lichtweges. Wir beschränken uns auf den praktisch wichtigen Fall ohne optische Aktivität (ohne Zusatzterm) und orientieren die schnelle Achse der Platte in der Horizontalen  $|H\rangle$ .

Dann beschreibt Formel (2) eine Rotation der Polarisation auf der Poincaré-Kugel um den Winkel  $2\Delta$  und um die Achse  $\vec{n} = (n_x, 0, 0)$  auf dem Äquator. Der Zusatzterm kann übrigens auch bei einer infinitesimalen Verzögerung  $\delta\Delta$  vernachlässigt werden da er quadratisch von  $\delta\lambda$  abhängt. Bei  $N$  Durchgängen durch den grünen Block Abb.2, finden wir daher  $|P_N\rangle = \exp(-iN\Delta\hat{\sigma}_x)|P_0\rangle$ . Ist  $\pi = \nu\Delta$  mit ganzzahligem  $\nu$ , so entspricht  $|P_1\rangle$  einer Drehung  $2\Delta$  um  $|H\rangle$  und  $|P_N\rangle$  ist periodisch mit der Periode  $2\pi$ , was wir in unserem Experiment ausnutzen.



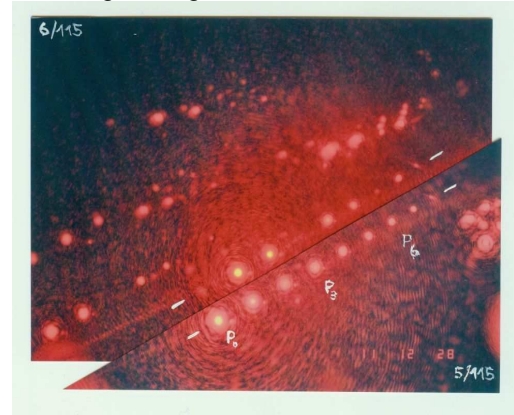
**Abb.3** Experimenteller Aufbau. Glimmerplatte mit Verzögerung  $\Delta$  zwischen zwei Spiegeln



**Abb.4** Wulffsches Netz mit unseren Messwerten der ersten Ordnungen. Der blaue Punkt in der Mitte kennzeichnet die gemessene langsame Drehachse.

### 3 Experiment

Im Experiment erhält die Glimmerplatte durch Verdrehung um die vertikale schnelle Achse im Fabry-Perot bei einfallender linearer Polarisation eine Verzögerung von  $\Delta = 60^\circ$ . Wegen der Periodizität mit  $\nu = 3$  sind die 0., 3., 6., ... Ordnung linear polarisiert und lassen sich gleichzeitig durch geeignete Orientierung eines linearen Analysators im Ausgang auslösen, Abb.4 und 5. Ein Bild der ersten 8 Ordnungen zeigt Abb.5.



**Abb.5** Die Ordnungen 0.bis 8. mit (oben) und ohne Analysator im Ausgang des Fabry-Perots auf dem Film. Die Spiegel sind leicht verkippt

Wie die Theorie voraussagt, hat das Licht auch nach 12 Reflexionen in der 6.Ordnung noch die gleiche Polarisation wie in der 0- und 3-ten. Die Abweichungen vom theoretischen Wert liegen unter  $5^\circ$ , die langsame Achse (blauer Punkt) war um etwa  $-15^\circ$  aus der Horizontalen gedreht. Die (gemessene) Verzögerung  $\Delta$  betrug  $63^\circ$ .

Als Anwendung wurde die Vervielfachung des Drehmomentes an einer kleinen  $\lambda/2$ -Platte bei mehrfachem Lichtdurchgang zwischen 2 Spiegeln untersucht [2] und dabei das bekannte Ergebnis erhalten, daß die Spiegel mit  $\lambda/4$ -Platten belegt sein müssen. Interessant ist auch die Verwendung als Orakel in einem Quantensuchprozess [3] bei infinitesimalem  $\Delta$ , was uns für diese Arbeit besonders motiviert hatte.

### 4 Danksagung

H.Schmitzer wurde durch die Research Corporation gefördert. E.Frins bedankt sich bei CSIC und PEDECIBA in Uruguay.

### Literatur

- [1] J.Simmons, M.Guttman; States, Waves and Photons, Reading 1970
- [2] M.Rothmayer et al. Phys.Rev. **A80** 043801 (2009)
- [3] E.Frins et al. ; DGaO-Proceedings (2010)