

# Simulationsmodell zur Fokussierung ultrakurzer Pulse für große und kleine Fresnel-Zahlen

Norbert Lindlein, Wolfgang Iff

*Institut für Optik, Information und Photonik (IOIP) und*

*Graduate School in Advanced Optical Technologies (SAOT)*

*Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg*

*<mailto:norbert.lindlein@physik.uni-erlangen.de>*

Zur Simulation der Fokussierung ultrakurzer optischer Pulse im Fall beliebiger numerischer Apertur wird eine Erweiterung des Debye-Integrals unter Nutzung Huygens'scher Elementarwellen (Kugelwellen) in Kombination mit einer kohärenten Überlagerung von Frequenzkomponenten benutzt. Der Grenzfall großer und kleiner Fresnel-Zahlen wird speziell untersucht.

## 1 Einführung

Fokussierte ultrakurze optische Pulse ermöglichen die Erzeugung extrem hoher elektrischer Feldstärken in einem kleinen Volumen über eine sehr kurze Zeit, so dass eine ganze Reihe von Anwendungen sowohl im technischen Bereich als auch im wissenschaftlichen Bereich existieren. Die Simulation der Feldverteilung im Fokus ultrakurzer Pulse bei hoher numerischer Apertur unter Berücksichtigung der Polarisation ist deshalb auch eine interessante Fragestellung, die bisher nur punktuell gelöst ist.

Bei großen Fresnel-Zahlen kann in einer kleinen Umgebung um den Fokus herum das Debye-Integral in der Erweiterung von Richards and Wolf [1] genutzt werden, um für eine monochromatische Welle die Feldverteilung zu berechnen. Ein ultrakurzer Puls wiederum kann in sein Frequenzspektrum zerlegt werden, so dass unter Vernachlässigung nichtlinearer optischer Effekte, z.B. im Vakuum, die Feldverteilung des Pulses im Fokus durch kohärente Überlagerung der Debye-Integrale der verschiedenen Frequenzkomponenten simuliert werden kann [2].

## 2 Erweiterung der Methode für kleine Fresnel-Zahlen

Bei kleinen Fresnel-Zahlen versagt aber das Debye-Integral, insbesondere wenn das Feld außerhalb der Brennebene betrachtet wird. Bekanntlich befindet sich das Maximum der Intensität hinter einer Sammellinse mit kleiner Fresnel-Zahl näher an der Linse als die Brennebene [3], während das Debye-Integral diesen Effekt komplett vernachlässigt. Abb. 1-3 zeigt die stationäre Simulation der Intensitätsverteilung einer idealen Sammellinse mit Brennweite  $f=1$  mm und Aperturdurchmesser  $D=20$   $\mu\text{m}$ , die mit einer linear polarisierten ebenen Welle der Wellenlänge  $\lambda=0.5$   $\mu\text{m}$  beleuchtet wird. Die

numerische Apertur beträgt im Vakuum  $NA \approx D/(2f) = 0.01$ , d.h. eine skalare Simulation mit der Komponente der elektrischen Feldstärke in Polarisationsrichtung ist hier auch ausreichend, und die Fresnel-Zahl ist  $F_{\text{Linse}} = D^2/(4\lambda f) = 0.2 \ll 1$ . Abb. 1 zeigt die Simulation des Betragsquadrats der elektrischen Feldstärke  $|\underline{E}|^2$  mit dem Debye-Integral, wobei sich die paraxiale Brennebene bei  $z=0$  mm befindet und  $z=-1$  mm unmittelbar hinter der Linse ist. Das Debye-Integral liefert also für dieses Beispiel eine komplett falsche Intensitätsverteilung, denn laut dem Debye-Integral wäre  $|\underline{E}|^2$  fast unabhängig von  $z$  gemäß der Faustformel Fokustiefe proportional  $\lambda/NA^2 = 5$  mm, die aber nur für sehr große Fresnel-Zahlen gilt. Abb. 2 zeigt eine skalarwellenoptische Simulation, wobei die Linse selbst mit der „Thin element approximation“ simuliert wird, was bei solch einer kleinen NA und Fresnel-Zahl mit hoher Genauigkeit erlaubt ist, und die Freiraumbreitung mit dem Winkelspektrum ebener Wellen erfolgt. Das Maximum der Intensität ist nun also deutlich näher an der Linse als die Brennebene.

Die Simulation mit Hilfe des Debye-Integrals, die die Polarisation berücksichtigt, aber teilweise auf die Fraunhofer-Näherung des Fresnel-Kirchhoff'schen Beugungsintegrals zurückgeht, lässt sich aber erweitern, indem sozusagen wieder zum Fresnel-Kirchhoff'schen Beugungsintegral zurückgekehrt wird. Anstelle einer Planwelle, die sich längs des geometrisch optischen Strahls von der Linsenapertur zum Fokus ausbreitet, wird also nun wie beim Huygens'schen Prinzip eine Kugelwelle betrachtet, die von einem Punkt der Linsenapertur ausgeht. Solange die numerische Apertur der Linse klein ist oder aber, bei hoher NA, der Winkel zwischen dem geometrisch optischen Strahl von der Linsenapertur zum Fokus und der Verbindungslinie von der Linsenapertur zum betrachteten Punkt  $P$  klein ist, kann die Polarisations-

richtung wie beim Debye-Integral gewählt werden, ohne einen nennenswerten Fehler zu machen. Diese Erweiterung des Debye-Integrals um Kugelwellen liefert für das vorherige Beispiel die elektrische Feldstärkeverteilung von Abb. 3. Sie stimmt mit der skalaren Simulation mit dem Winkelspektrum ebener Wellen von Abb. 2 sehr gut überein. Nur ganz nahe an der Linsenapertur zeigen sich merkliche Unterschiede, da dort die Krümmungsradien der Kugelwellen gegen Null gehen und damit die Amplituden divergieren. Der Unterschied ist allerdings in Abb. 2 und 3 nicht sichtbar, da es nur wenige Punkte nahe der Linse betrifft.

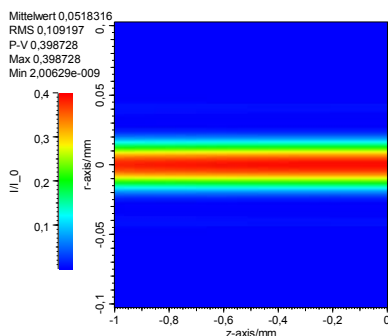


Abb. 1 Simulation mit dem Debye-Integral.

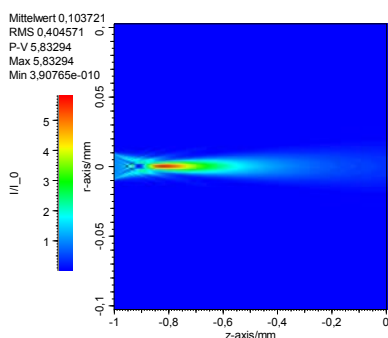


Abb. 2 Simulation mit skalarer Wellenoptik (Winkelspektrum ebener Wellen).

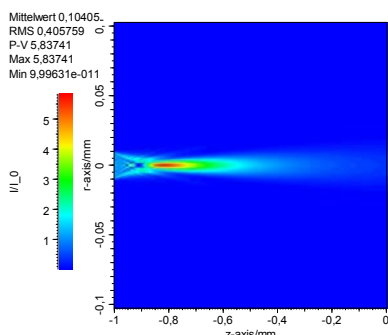


Abb. 3 Simulation mit der um Kugelwellen erweiterten Version des Debye-Integrals.

### 3 Simulationsbeispiel eines ultrakurzen Pulses bei fast $4\pi$ Raumwinkel

Im zweiten Beispiel soll die erweiterte Methode mit dem Debye-Integral verglichen werden, wenn die Fresnel-Zahl groß bis sehr groß ist, so dass das Debye-Integral mit guter Näherung gültig sein soll-

te. Als Beispiel wird die Fokussierung mit einem ideal reflektierenden tiefen Parabolspiegel betrachtet, wobei das Verhältnis Durchmesser  $D$  des Spiegels zu Brennweite  $f$  konstant bei  $D/f=10$  liegt, die Brennweite aber variiert wird zwischen  $f=100$  mm und  $0.1$  mm, so dass auch die Fresnel-Zahl um diesen Faktor variiert. Beleuchtet wird der Parabolspiegel nun mit einem m ultrakurzen Puls mit Gauß-förmigem Frequenzspektrum bzw. Zeitverhalten von nur  $4$  fs Dauer, ebener Wellenfront, radialer Polarisation und Amplitudenverteilung derart, dass nach der Reflexion am Spiegel in der räumlichen Verteilung eine Dipolwelle entsteht. Die Schwerpunktswellenlänge des Frequenzspektrums beträgt  $\lambda_0=800$  nm. Sowohl die Simulation mit dem Debye-Integral als auch die Erweiterung unter Verwendung von Kugelwellen liefert für alle Brennweiten praktisch die gleiche Feldverteilung. Abb. 4 zeigt eine Überlagerung der Einhüllenden von  $|E|^2$  für verschiedene Zeitpunkte, wobei jede der Feldverteilungen separat auf Maximalwert eins normiert wird ( $t=0$  bezeichnet den Zeitpunkt des Durchgangs des Maximums des Pulses durch den Fokus). Die maximale relative Abweichung zwischen der Simulation mit dem Debye-Integral und der erweiterten Methode beträgt bei  $t=20$  fs und Brennweite  $f=0.1$  mm, d. h. kleinste Fresnel-Zahl, bei der die größte Abweichung erwartet wird, nur  $7 \cdot 10^{-3}$  bzw. bei  $f=100$  mm nur  $7 \cdot 10^{-6}$ .

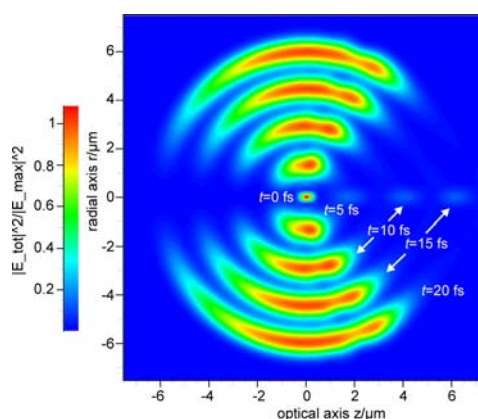


Abb. 4 Simulation des Parabolspiegels mit dem Debye-Integral zu den Zeiten  $t=0$  fs bis  $t=20$  fs. Deutlich zu sehen sind auch die sogenannten Vorläuferpulse längs der optischen Achse nach rechts.

### Literatur

- [1] B. Richards, E. Wolf: "Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system" in: Proc. R. Soc. A **253**, 358-379 (1959)
- [2] N. Lindlein, W. Iff: "Simulation of tightly focused ultrashort optical pulses taking into account polarization" in: *Proceedings of International Light Simulation Symposium (ILISIS) 2012*, (Steinbeis-Edition, 2012), 355-369
- [3] Y. Li, E. Wolf: "Focal shifts in diffracted converging spherical waves" in: Opt. Commun. **39**, 211-215 (1981)