

Ein historisches Experiment zur Demonstration der Gouyphase

E.Frins*, J.Ferrari*, B.Hils**, D.Dietrich**, W.Dultz**, H.Schmitzer

Universidad de la República Montevideo*, Univ.Frankfurt(Main)**, Xavier Univ. Cincinnati

requalivahanus(affenschaukel)t-online.de

Die Gouyphase ist eine achromatische Phase des Lichtes, die wesentlich zu den Intensitätsverhältnissen im Fokus einer Linse beiträgt. Wir zeigen sie in einem Experiment nach Zeeman mit einer Kalkspatlinse und erweitern dessen Versuch für hohen Astigmatismus außerhalb der Linsenachse. In letzterem Fall zeigen die Brennpunkte offensichtlich eine Gouyphase von π wie ein Brennpunkt und verhalten sich nicht wie ebenen Kaustiken mit der Gouyphase $\pi/2$.

Der Fund einer 100 Jahre alten, in der optischen Achse geschnittenen Kalkspatlinse der Firma Dr.Steeg&Reuter in Bad Homburg



Abb.1, inspirierte uns erfolgreich, sie als Polarisationsinterferometer zur Demonstration der Gouyphase zu verwenden. Recherchen zeigten dann, daß Pieter Zeeman, der Entdecker der Magnetfeldaufspaltung von Spektrallinien, dieses großartige Experiment bereits im Jahr 1896 mit einer Linse derselben Firma ausgeführt hatte. Wir vermuten, daß unsere Linse angeschafft wurde, um das Experiment zu wiederholen und auszubauen und wir freuen uns, dies' ein Jahrhundert später einlösen zu

Abb.1 Kalkspatlinse

können. Die Gouyphase ist eine achromatische optische Phase und ähnelt darin Pancharatnams Phase; sie tritt aber an optischen Brennpunkten und Brennpunkten (Kaustiken) auf und wurde 1890 von Gouy Abb.2 entdeckt [2]. Ihren Ursprung hat sie im Impulserhaltungssatz für Photonen an Einschnürungen eines Strahlenbündels [3].



Abb.2 Louis Georges Gouy 1854-1926 nach Wikipedia

In dieser Arbeit werden wir unsere Versuche zur Gouyphase, sowie ihre Berechnung entlang Kaustiken nach Landau II §59 vorstellen. Abb.3 zeigt den experi-

mentellen Aufbau. Die beiden Polarisatoren unter 45° zu den Achsen der doppelbrechende Kalkspatlinse L mit ca. 20 cm Brennweite erzeugen über Pancharatnams Mischphase konzentrische Interferenzringe in den Gebieten I,II und III um die Brennpunkte F1 und F2, die mit einem verschiebbaren Objektiv jeweils auf den Film K projiziert werden. Mit dem Soleil-Kompensator parallel

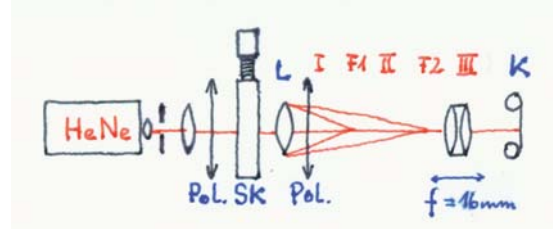


Abb.3 Experimenteller Aufbau

zu den Kristallachsen der Linse kann die Phase verstellt werden. Die Vertikale der Linse Abb.1 ist die langsame Kristallachse, nicht die optische Achse, wie auf der Fassung angegeben. Abb.4 zeigt die Interferenzringe in den entsprechenden Gebieten. Im Zentrum der Gebiete I, III herrscht konstruktive

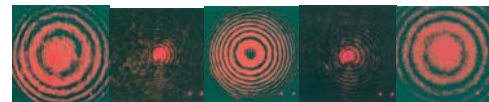


Abb.4 Interferenzringe in den Gebieten:I,F1,II,F2,III

Interferenz, im Zentrum von II destruktive; d.h. zwischen I und II bzw. II und III ist jeweils eine Gouyphase von π eingeschoben, mit dem richtigen Wert für den Brennpunkt einer Linse. Das Ergebnis ist nur qualitativ; eine wirkliche Messung konnten wir mit dem Auge allein nicht vornehmen. In einem zweiten Versuch drehten wir die Kalkspatlinse um ihre vertikale, langsame Achse und erzeugten durch den induzierten Astigmatismus vier Brennpunkte B1-B4 und fünf verschiedene Interferenzgebiete I – V, Abb.5. Die Interferenzen an den einzelnen

Stellen zeigt Abb.6. Interessant sind die Figuren in den Gebieten II und IV, die den Höhenlinien von Sattelpunkten entsprechen.

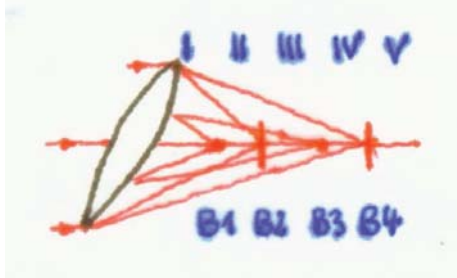


Abb.5 Schiefe Linse, Interferenzgebiete

Der Wechsel von konstruktiver zu destruktiver Interferenz oder umgekehrt an jeder Brennpunktlinie im Zentrum der Interferenz deutet darauf hin,

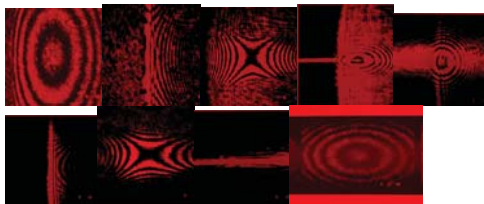


Abb.6 Schiefe (astigmatische) Kalkspatlinse, Interferenzgebiete: I, B1, II, B2, III-B3, IV, B, V nach Abb.5

daß auch bei den, durch Astigmatismus erzeugten Brennpunktlinien eine Gouyphase von π auftritt. Bei ebenen Kaustiken beträgt sie allerdings nur $\pi/2$ [4]; wir werden dies im folgenden auf der Grundlage von [4] ableiten. Abb.7 zeigt die Verhältnisse. Ein Faden der Länge D ist bei E an der Kaustik (der Evolute) mit dem Radius ρ befestigt und beschreibt beim Abwickeln die Evolvente Q' .

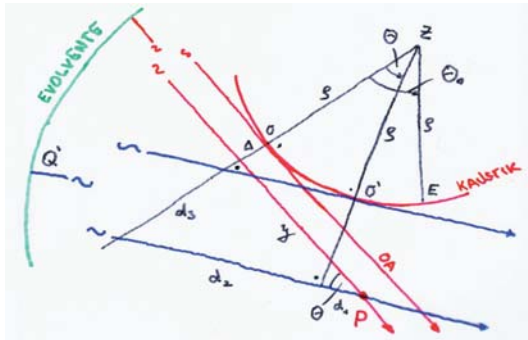


Abb.7 Ebene Kaustik. Amplitude $u(y, \Delta)$ im Aufpunkt P, y ist Koordinate auf der Opt.Achse OA mit Nullpunkt 0 bzw.auf der Parallelen dazu durch P

Zwischen Q' und O' ist der Faden Tangente an die Kaustik. Auf der Evolvente sind alle Einzelstrahlen in Phase. Man berechnet den freien Abstand $R=Q'O'+d_1$ von P und findet so nach Huygens die Amplitude u im Aufpunkt P, nachdem man den Term in $\exp \Theta^2$ im Integral über Θ (mit den Grenzen $\pm \infty$) wie bei kubischen Gleichungen eliminiert hat [5a].

$$R \approx D + y - \rho \Theta_0 - \Delta \Theta - \frac{y^2 \Theta^2}{2} + \frac{\rho + \Delta}{6} \Theta^3$$

$$u(y, \Delta) \propto \int \frac{e^{ikR}}{R} \propto \exp[ik(D - \rho \Theta_0 + y)] \times$$

$$\times \exp[-ik \left(\frac{y^3}{3(\rho + \Delta)^2} + \frac{\Delta y}{\rho + \Delta} \right)] 2\pi \times Ai(-x)$$

$$x = \sqrt[3]{ \frac{2k^2}{\rho + \Delta} \left(\frac{y^2}{2(\rho + \Delta)} \right) }$$

Unsere Lichtamplitude $u(y)$ entlang der Kaustik läßt sich in Landaus Resultat senkrecht zur Kaustik umwandeln. Entwickelt man die Airy-Funktion $Ai(-x)$ für große x [5b], so wird der exponentielle Vorfaktor mit y^3 kompensiert und ein Faktor $\exp(i\pi/4)$ bleibt übrig, der in der Summe für $y \rightarrow \pm \infty$ die Gouyphase $\pi/2$ [4] an der ebenen Kaustik ergibt.

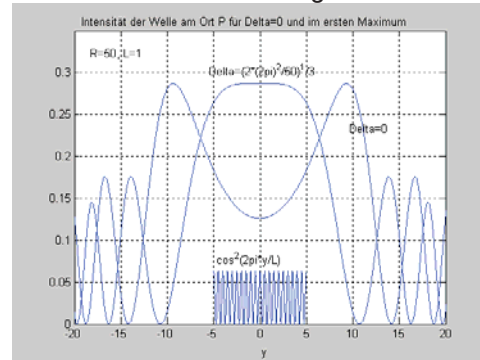


Abb.8 Intensität $|u|^2$ auf der Tangente OA zur Kaustik und auf einer Parallelen im Abstand Δ . Zum Vergleich ist unten die Intensität der ebenen Lichtwelle $\cos^2(ky)$ gezeigt.

Ab.8 zeigt die Intensität der Interferenzen an der Kaustik auf der optischen Achse und parallel dazu, dem sg. Airyschen Strahl, einem beugungsfreien optischen Bündel.

Danksagung

J. Ferrari and E. Frins would like to thank the support of PEDECIBA and CSIC of the Universidad de la República. H. Schmitzer was supported by grant CC6339 from Research Corporation for the Advancement in Science.

Literatur

- [1] P.Zeeman; Versl.K.Ak. vanWet, Amsterdam Afd.Natuurk.6 p.11-13. (1897/98)
- [2] L.G.Gouy; CR Hebdomadaires Séances Acad.Sci. **110** 1251 (1890); Annales des Chimie et de Physique **24** 145 (1891) 6^e sér.
- [3] S.Feng,H.Winfuld ; OP. LET. **26** 485 (2001)
- [4] Landau Lifschitz II §59 und Aufgabe
- [5] Abramowitz& Stegun;a)10.4.32, b)10.4.60/79