

# Chaotische Lichtleiter zur Farbmischung

Julia Unterhinninghofen

Hochschule Koblenz, Konrad-Zuse-Str. 1, 56075 Koblenz

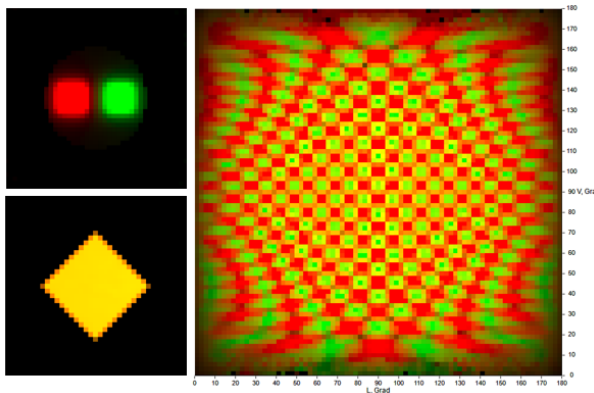
mailto:unterhinninghofen@hs-koblenz.de

Zur effizienten Farbmischung insbesondere im Fernfeld können Lichtleitergeometrien, mit chaotischer Dynamik eingesetzt werden. Hier wird untersucht, wie sich Fresnel-Verluste durch Verletzung der Totalreflexionsbedingung auswirken; es zeigt sich, dass diese für manche Geometrien zu einer gerichteten Lichtstärkeverteilung und damit schlechter Fernfeld-Mischung führen.

## 1 Optische Mischsysteme

Optische Mischsysteme werden für eine Vielzahl von Anwendungen eingesetzt: zur Einstellung einer homogenen *Beleuchtungsstärkeverteilung* (entsprechend einer räumlichen Lichtmischung) oder *Lichtstärkeverteilung* (entsprechend einer Mischung im Winkel) oder auch zur *Farbmischung*, bei der durch Überlagern mehrerer Lichtquellen im Sinne der additiven Farbmischung ein räumlich oder winkelaufgelöst homogener Farbeindruck entstehen soll. Dazu kommen verschiedene technische Umsetzungen in Frage: *diffraktive Strukturen* wie Beugungsgitter oder Prismen, *volumenstreuende Materialien* oder *Lichtleiter* mit verschiedenen Querschnittsgeometrien. Häufig wird auch eine Kombination dieser Elemente verwendet.

Neben rotationssymmetrischen Lichtleitern (kreisförmiger Querschnitt) kommen häufig nicht rotationssymmetrische Geometrien wie Polygone zum Einsatz [1, 2]. Für lange Lichtleiter lässt sich damit eine gute *räumliche* Homogenität erzeugen, im Fernfeld zeigt sich jedoch, dass die unterschiedlichen Winkelrichtungen kaum gemischt werden ("Kaleidoskopeffekt", vgl. Abbildung 1).



**Abb. 1** Räumliche Farbmischung (links unten) an der Austrittsfläche eines Lichtleiters mit 100 mm Länge und quadratischem Querschnitt sowie Lichtstärkeverteilung (links) im Fernfeld. Die Abbildung rechts oben zeigt die beiden gemischten Lichtquellen.

Um diesen Effekt zu vermeiden, ist die Verwendung anderer Lichtleitergeometrien oder die Verwendung zusätzlicher diffraktiver Strukturen erforderlich.

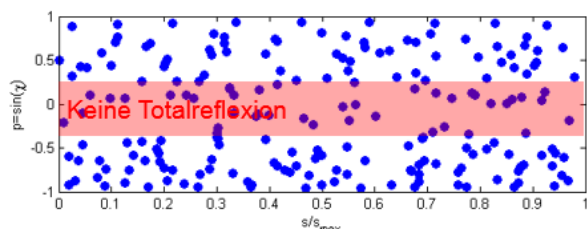
## 2 Chaotische Dynamik in Lichtleitern

Der Verlauf eines totalreflektierten Strahls in einem Lichtleiter kann mathematisch äquivalent als *Bahnkurve* eines klassischen Teilchens beschrieben werden. Der Verlauf aller Strahlen lässt sich dann mit den Methoden der nichtlinearen Dynamik als Dynamik klassischer Teilchen in einem sogenannten Billard-System beschreiben. Eine gute Lichtmischung ergibt sich, wenn die Bahnkurven zu ähnlichen Startwerten *divergieren*: schon nach wenigen Reflexionen werden dann sehr unterschiedliche räumliche und Winkel-Positionen erreicht. Dies entspricht der klassischen *chaotischen* Dynamik eines Billardsystems. Querschnittsgeometrien wie die Sinai-Billiards [3], die chaotische Dynamik zeigen, bewirken also eine deutliche Reduktion des Kaleidoskopeffekts.

## 3 Lichtleiter als offene Systeme

Ein Unterschied zwischen klassischen Billard-Systemen und Lichtleitern liegt darin, dass letztere *offene* Systeme sind: Licht wird in ihnen nicht nur durch Totalreflexion eingeschlossen, sondern kann bei hinreichend kleinem Einfallswinkel auch aus dem Lichtleiter heraus gebrochen werden.

Diese Verluste durch Verletzung der Totalreflexionsbedingung sind für chaotische Lichtleiter relevant, da durch die chaotische Dynamik phasenraumfüllend ist: jeder Ort des Auftreffens eines Strahls entlang des Lichtleiters und jeder mögliche Einfallswinkel wird im Langzeitverhalten, d.h.  $f\bar{A}\frac{1}{4}$  viele Reflexionen, auch von jedem Strahl erreicht (vgl. Abbildung 2).

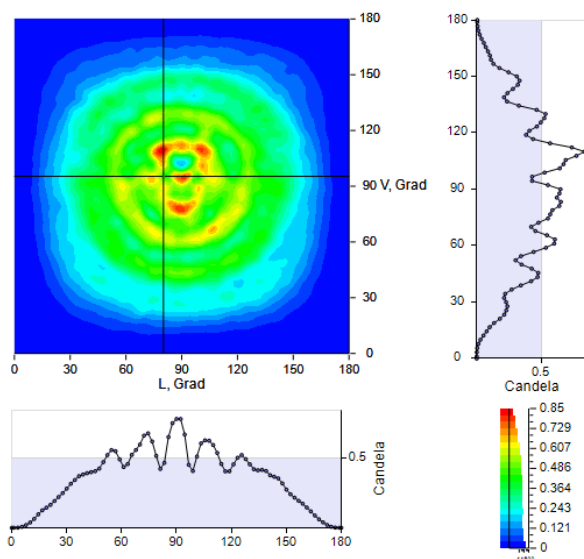


**Abb. 2** Chaotische Dynamik im Phasenraum (Koordinaten sind die Bogenlänge entlang des Lichtleiterquerschnitts  $s$  und der Sinus des Einfallswinkels  $\chi$ ). Für  $\sin \chi < 1/n$  mit dem Brechungsindex  $n$  des Lichtleiters tritt keine Totalreflexion mehr auf.

Die Fresnel-Verluste bei Verletzung der Totalreflexionsbedingung müssen in chaotischen Lichtleitern also berücksichtigt werden; es genügt nicht, lediglich die Billard-Dynamik im Phasenraum zu betrachten. Vielmehr muss die Lebensdauer eines Lichtstrahls im Lichtleiter untersucht werden. Dies kann geschehen, indem der Phasenraum mit den passenden Fresnel-Koeffizienten je nach Polarisationsrichtung gewichtet wird [4]: für jede Startposition und jeden Startwinkel wird nach jeder Reflexion der noch im Lichtleiter verbleibende Lichtstrom notiert. Die Gesamtheit der ausgekoppelten Anteile ergibt die Lichtstärkeverteilung im Fernfeld.

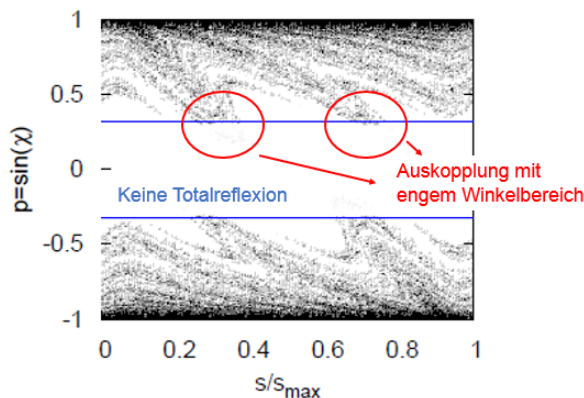
#### 4 Gerichtete Lichtstärkeverteilung im Limaçon

Je nach Querschnittsgeometrie können sich hier homogene oder auch *gerichtete* Lichtstärkeverteilungen ergeben. Letzteres ist beim sogenannten Limaçon, dessen Querschnittskurvenrand sich im Polarkoordinaten durch  $r = 1 + \varepsilon \cos \varphi$  beschreiben lässt, der Fall [4] (vgl. Abbildung 3).



**Abb. 3** Inhomogene Lichtstärkeverteilung eines Lichtleiters mit Limaçon-Querschnitt.

Das Zusammenspiel von chaotischer Dynamik und den Fresnel-Koeffizienten sorgt hier dafür, dass Licht mit bestimmten Austrittswinkeln effizienter ausgekoppelt wird, was für ein stark inhomogenes Fernfeld sorgt (vgl. Abbildung 4). An der Austrittsseite des Lichtleiters sind nach einer Vielzahl von Reflexionen nur noch Strahlen mit begrenzten Einfallswinkeln vorhanden.



**Abb. 4** Fresnel-gewichteter Phasenraum für einen Lichtleiter mit Limaçon-Querschnitt nach 10 000 Reflexionen. Je heller eine Startposition im Phasenraum gefärbt ist, umso schneller wird der entsprechende Strahl ausgekoppelt.

Für andere Lichtleiterquerschnitte, z.B. für das in [3] ebenfalls diskutierte Bunimovich-Stadion, zeigt sich hingegen keine solche gerichtete Lichtstärkeverteilung.

Diese exemplarische Diskussion der Limaçon-Geometrie zeigt, dass sich nicht jede Lichtleitergeometrie mit klassischer chaotischer Dynamik als optisches Mischsystem eignet, da durch die Fresnel-Koeffizienten gerichtete Lichtstärkeverteilungen im Fernfeld entstehen können. Um diese offenen Systeme auf ihre Eignung hin zu untersuchen, eignet sich der Fresnel-gewichtete Phasenraum als Hilfsmittel; es genügt nicht, lediglich die klassische Billard-Dynamik im Phasenraum zu untersuchen.

#### Literatur

- [1] W. J. Cassarly and T. L. R. Davenport, "Non-rotationally symmetric mixing rods," *Proc. SPIE* **6342** (2006)
- [2] W. J. Cassarly, "Recent advances in mixing rods," *Proc. SPIE* **7103** (2008)
- [3] T. S. Bonenberger and J. Baumgart and C. Neumann, "Angular and spatial color mixing using mixing rods with the geometry of a chaotic-dispersive billiard system," *Adv. Opt. Techn.* **5** (2016)
- [4] J. Wiersig and M. Hentschel, "Combining Directional Light Output and Ultralow Loss in Deformed Microdisks," *Phys. Rev. Lett.* **100**, 033901 (2008)